FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021 - 2022	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: SEGUNDA	**FECHA:** 27/01/2022

INSTRUCCIONES DEL EXAMEN:

Estimado (a) estudiante:

- Para la realización de este examen usted dispondrá de 120 minutos, como máximo.
- **Lea** el COMPROMISO DE HONOR; en caso de que no esté de acuerdo, **el examen será anulado**. **Si comete algún acto de deshonestidad durante el desarrollo de la prueba, se levantará el informe respectivo ante la Comisión de Disciplina.**
- La evaluación consta de 5 preguntas.
- Al finalizar el examen, deberá solicitar al profesor encargado el permiso para tomar las fotos con el desarrollo del examen; no se olvide que en cada hoja de los temas desarrollados debe colocar su credencial (cédula o pasaporte), para tomar la foto.
- Las soluciones deberán estar bien enfocadas antes de la captura de las fotos, **orientadas en forma vertical**, encuadrando todo el desarrollo en la hoja, con la credencial en un lugar que no obstruya la visualización de la resolución.
- Cuando el profesor lo autorice, usted procederá a capturar las imágenes correspondientes. Dispondrá de 5 minutos, como máximo, para subir como evidencia el archivo (o los archivos) de la solución del examen en el AULA VIRTUAL. La actividad de carga de archivos debe hacerse 1 SOLA VEZ.
- Cuando tenga alguna duda con respecto a la evaluación y necesite comunicarse con el profesor, debe utilizar el chat privado o levantar la mano en la plataforma virtual.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021-2022	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: SEGUNDA	**FECHA:** 27/01/2022

COMPROMISO DE HONOR

"Yo declaro que he sido informado y conozco las normas disciplinarias que rigen a la ESPOL, en particular el **Código de Ética y el reglamento de Disciplina**.

Al aceptar este compromiso de honor, reconozco y estoy consciente de que la presente evaluación está diseñada para ser resuelta de forma individual; que puedo comunicarme únicamente con la persona responsable de la recepción de la evaluación; y, que al realizar esta evaluación no navegaré en otras páginas que no sean las páginas de Aula Virtual/plataforma de la evaluación; que no recibiré ayuda ni presencial ni virtual; que no haré consultas en libros, notas, ni apuntes adicionales u otras fuentes indebidas o no autorizadas por el evaluador; ni usaré otros dispositivos electrónicos o de comunicación no autorizados.

Además, me comprometo a mantener encendida la cámara durante todo el tiempo de ejecución de la evaluación, y en caso de que el profesor lo requiera, tomar una foto de las páginas en las que he escrito el desarrollo de los temas y subirlas a Aula Virtual/plataforma de la evaluación, como evidencia del trabajo realizado, estando consciente de que el no subirlo, anulará mi evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior y me comprometo a seguir fielmente las instrucciones que se indican para la realización de la presente evaluación (incluyendo los requisitos de uso de la tecnología).

Estoy consciente de que el incumplimiento del presente compromiso anulará automáticamente mi evaluación y podría ser objeto del inicio de un proceso disciplinario".

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y estar de acuerdo con la declaración anterior.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021-2022	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: SEGUNDA	**FECHA:** 27/01/2022

TEMA 1

1. (30 Puntos)

Para los enunciados dados, con la debida justificación en las hojas de desarrollo, seleccione S, A o N según corresponda, para calificarlos como:

S: siempre es verdadero A: a veces es verdadero N: nunca es verdadero

- Si $T:V \to W$ es una transformación lineal tal que $\dim\ V > \dim W$ entonces, T es inyectiva: [R1]

- Si V es un espacio vectorial de dimensión finita con producto interno $(\bullet \mid \bullet)$ y W es un subespacio de V, entonces $\dim\left(W + W^{\perp}\right) = \dim\left(W\right) + \dim\left(W^{\perp}\right)$: [R2]

- Si v_1 y v_2 son vectores propios de una matriz cuadrada A, asociados a los valores propios λ_1 y λ_2 respectivamente donde $\lambda_1 \neq \lambda_2$, entonces el vector $c_1v_1 + c_2v_2$, donde c_1 y c_2 son escalares distintos de cero, también es un vector propio de la matriz A: [R3]

2. (30 Puntos)

Para los enunciados dados, con la debida justificación en las hojas de desarrollo, seleccione S, A o N según corresponda, para calificarlos como:

S: siempre es verdadero A: a veces es verdadero N: nunca es verdadero

- Si $T: V \to W$ es una transformación lineal tal que $\dim V > \dim W$ entonces, T no es inyectiva: [R1]

- Si V es un espacio vectorial de dimensión finita con producto interno $(\bullet \mid \bullet)$ y W es un subepacio de V, entonces $W \cap W^{\perp} = \{0_V\}$: [R2]

- Si v_1 y v_2 son vectores propios linealmente independientes de una matriz cuadrada A, entonces esos vectores propios están asociados a distintos valores propios λ_1 y λ_2: [R3]

3. (30 Puntos)

Para los enunciados dados, con la debida justificación en las hojas de desarrollo, seleccione S, A o N según corresponda, para calificarlos como:

S: siempre es verdadero A: a veces es verdadero N: nunca es verdadero

- Si $T: V \to W$ es una transformación lineal tal que $\dim V \leq \dim W$ entonces, T es inyectiva: [R1]

- Si V es un espacio vectorial de dimensión finita con producto interno $(\bullet \mid \bullet)$ tal que $\{v_1, v_2\}$ es una base cualquiera de V entonces, cualquier elemento x de V se lo puede expresar en la forma $x = (x|v_1)\, v_1 + (x|v_2)\, v_2$: [R2]

- Si v_1 y v_2 son vectores propios de una matriz simétrica real A, asociados a los valores propios λ_1 y λ_2 respectivamente donde $\lambda_1 \neq \lambda_2$, entonces v_1 y v_2 son vectores ortogonales: [R3]

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021-2022	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: SEGUNDA	**FECHA:** 27/01/2022

TEMA 2

1. (20 Puntos)

   Dada la matriz de representación de la transformación $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ con respecto a las bases $\beta_1 = \{(1,1), (0,-1)\}$ de $\mathbb{R}^2$ y $\beta_2 = \{(1,0,1), (0,1,1), (1,1,0)\}$ de $\mathbb{R}^3$:

$$M_{T_{\beta_1\beta_2}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

   Determinar la regla de correspondencia de la transformación T

2. (20 Puntos)

   Dada la matriz de representación de la transformación $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ con respecto a la base $\beta = \{(-1,0), (0,2)\}$ de $\mathbb{R}^2$:

$$M_{T_{\beta\beta}} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

   Determinar la regla de correspondencia de la transformación T

3. (20 Puntos)

Dada la matriz de representación de la transformación $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ con respecto a la base $\beta = \{(1,1), (0,-1)\}$ de $\mathbb{R}^2$:

$$M_{T_{\beta\beta}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}.$$

Determinar la regla de correspondencia de la transformación T

4. (20 Puntos)

Dada la matriz de representación de la transformación $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ con respecto a la base $\beta = \{(1,-1), (2,-3)\}$ de $\mathbb{R}^2$:

$$M_{T_{\beta\beta}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

Determinar la regla de correspondencia de la transformación T

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021-2022	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: SEGUNDA	**FECHA:** 27/01/2022

TEMA 3

1. (25 Puntos)

Considere el espacio vectorial $V = Gen\{\cos(x), \text{sen}(x), 1\}$, con las funciones definidas en el intervalo $[0, \pi]$. El espacio V está dotado del producto interno $\langle f(x), g(x) \rangle = \int_0^\pi f(x)g(x)dx$. Considere el subespacio vectorial $W = Gen\{3\cos(x), 2\}$.

Sea $g(x) = \text{sen}(x) - 1$. Determine:

a. El complemento ortogonal de W
b. El elemento de W que esté más cerca de g.

2. (25 Puntos)

Considere el espacio vectorial $V = Gen\{\cos(x), \text{sen}(x), 1\}$, con las funciones definidas en el intervalo $[0, \pi]$. El espacio V está dotado del producto interno $\langle f(x), g(x) \rangle = \int_0^\pi f(x)g(x)dx$. Considere el subespacio vectorial $W = Gen\{3\cos(x), 2\}$.

Sea $g(x) = \cos(x) + sen(x) - 1$. Determine:

a. El complemento ortogonal de W
b. El elemento de W que esté más cerca de g.

3. (25 Puntos)

Considere el espacio vectorial $V = Gen\{\cos(x), \text{sen}(x), 1\}$, con las funciones definidas en el intervalo $[0, \pi]$. El espacio V está dotado del producto interno $\langle f(x), g(x) \rangle = \int_0^{\pi} f(x)g(x)dx$. Considere el subespacio vectorial $W = Gen\{3\cos(x), 2\}$.

Sea $g(x) = 2\,\text{sen}(x)$. Determine:

a. El complemento ortogonal de W
b. El elemento de W que esté más cerca de g.

4. (25 Puntos)

Considere el espacio vectorial $V = Gen\{\cos(x), \text{sen}(x), 1\}$, con las funciones definidas en el intervalo $[0, \pi]$. El espacio V está dotado del producto interno $\langle f(x), g(x) \rangle = \int_0^{\pi} f(x)g(x)dx$. Considere el subespacio vectorial $W = Gen\{3\cos(x), 2\}$.

Sea $g(x) = cos(x) + 3sen(x)$. Determine:

a. El complemento ortogonal de W
b. El elemento de W que esté más cerca de g.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021-2022	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: SEGUNDA	**FECHA:** 27/01/2022

TEMA 4

1. (25 Puntos)

Sean:

- $v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ y $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ vectores propios de una matriz simétrica A asociados al valor propio $\lambda_1 = -2$.
- v_3 un vector propio de A asociado al valor propio $\lambda_2 = 1$

Determine:

a) Un vector v_3

b) Una matriz P que diagonalice ortogonalmente a la matriz A

c) Una matriz diagonal que es semejante a la matriz A

d) La matriz A

2. (25 Puntos)

Sean:

- $v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ vectores propios de una matriz simétrica A asociados al valor propio $\lambda_1 = 2$,
- v_3 un vector propio de A asociado al valor propio $\lambda_2 = -1$

Determine:

a) Un vector v_3

b) Una matriz P que diagonalice ortogonalmente a la matriz A

c) Una matriz diagonal que es semejante a la matriz A

d) La matriz A

3. (25 Puntos)

Sean:

- $v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ vectores propios de una matriz simétrica A asociados al valor propio $\lambda_1 = 1$,
- v_3 un vector propio de A asociado al valor propio $\lambda_2 = -2$

Determine:

a) Un vector v_3

b) Una matriz P que diagonalice ortogonalmente a la matriz A

c) Una matriz diagonal que es semejante a la matriz A

d) La matriz A

4. (25 Puntos)

Sean:

- $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ y $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ vectores propios de una matriz simétrica A asociados al valor propio $\lambda_1 = -1$,
- v_3 un vector propio de A asociado al valor propio $\lambda_2 = 2$

Determine:

a) Un vector v_3

b) Una matriz P que diagonalice ortogonalmente a la matriz A

c) Una matriz diagonal que es semejante a la matriz A

d) La matriz A