FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2022	**PERÍODO:**	PAE 2022
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	22/abril/2022

Tema 1

1. (5 PUNTOS)
La variación del crecimiento del precio de una acción de Tesla está dada por:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{sen^3(t)}{\sqrt{\cos(t)}}$$

en donde P es el precio de la acción y t el tiempo transcurrido en minutos. Obtenga e miembro de la familia de antiderivadas que describe el movimiento del precio de la acción de Tesla con respecto al tiempo, si el precio inicial es $P(0) = -\frac{8}{5}$

2. (5 PUNTOS)

La velocidad de contaminación de aire C por CO_2 en un espacio cerrado se describe por la siguiente función, donde t es el tiempo transcurrido en minutos:

$$C'(t) = \frac{1}{\sqrt{e^t - 1}}$$

Obtenga el miembro de la familia de antiderivadas que describe el volumen de aire contaminado C con respecto al tiempo, si $C(1) = 1.838$.

3. (5 PUNTOS)

Un virus tiene la capacidad de infectar a cierta cantidad de personas en un intervalo de tiempo, a continuación se describe la velocidad de contagios C en función del tiempo t en horas:

$$C'(t) = \frac{(\text{arcsen t})^2}{\sqrt{1 - t^2}}$$

Obtenga el miembro de la familia de antiderivadas que describe la cantidad de contagios con respecto al tiempo, si $C(0.2) = 0.0027$.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2022	**PERÍODO:**	PAE 2022
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	22/abril/2022

Tema 2

1. (6 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x) = x\left(cos^3(x^2) - sen^3(x^2)\right)$$

Aplicando alguna técnica de integración, de ser posible, demuestre que la antiderivada general de f está dada por:

$$F(x) = \frac{1}{12}\left(sen(x^2) + cos(x^2)\right)\left(4 + sen(2x^2)\right) + C$$

2. (6 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x) = \frac{1}{sen^5(x)\,cos(x)}$$

Aplicando alguna técnica de integración, de ser posible, demuestre que la antiderivada está dada por:

$$F(x) = ln|csc(2x) - cot(2x)| - \frac{csc^2(x)}{2} - \frac{csc^4(x)}{4} + C$$

3. (6 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x) = \frac{1}{sen^2(x)\,cos^4(x)}$$

Aplicando alguna técnica de integración, de ser posible, demuestre que la antiderivada está dada por:

$$F(x) = tan(x) + \frac{tan^3(x)}{3} - 2cot(2x) + C$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2022	**PERÍODO:**	PAE 2022
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	22/abril/2022

Tema 3

1. (6 PUNTOS)

   Dada la ecuación:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^4}{x^4 - 1}$$

   Obtenga $y = f(x)$

2. (6 PUNTOS)

   Dada la ecuación:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^3 + x + 1}{x(x^2 + 1)}$$

   Obtenga $y = f(x)$

3. (6 PUNTOS)

   Dada la ecuación:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x^2 + 4x + 22}{x^2 + 2x + 10}$$

   Obtenga $y = f(x)$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2022	**PERÍODO:**	PAE 2022
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	22/abril/2022

Tema 4

1. (8 PUNTOS)

   Dada la partición $P: -3 < -1 < 0 < \frac{3}{2} < 2$ y la función $f(x) = 3x^2 - 6$. Determine la Suma de Riemann, considerando los puntos muestra como el punto medio de cada subintervalo.

2. (8 PUNTOS)

   Dada la partición $P: -3 < -1 < 0 < \frac{3}{2} < 2$ y la función $f(x) = 3x^2 - 6$. Determine la Suma de Riemann, considerando los puntos muestra como el extremo izquierdo de cada subintervalo.

3. (8 PUNTOS)

   Dada la partición $P: -3 < -1 < 0 < \frac{3}{2} < 2$ y la función $f(x) = 3x^2 - 6$. Determine la Suma de Riemann, considerando los puntos muestra como el extremo derecho de cada subintervalo.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2022	**PERÍODO:**	PAE 2022
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	22/abril/2022

Tema 5

1. (6 PUNTOS)

   Dado que $\int_a^b f(x)\,dx = 8$ y $f(x)$ es continua en todo su dominio, demuestre que $f(x_0) = 4$ al menos una vez en el intervalo $[1, 3]$.

2. (6 PUNTOS)

   Dado que $\int_a^b f(x)\,dx = 9$ y $f(x)$ es continua en todo su dominio, demuestre que $f(x_0) = 3$ al menos una vez en el intervalo $[1, 4]$.

3. (6 PUNTOS)

   Dado que $\int_a^b f(x)\,dx = 10$ y $f(x)$ es continua en todo su dominio, demuestre que $f(x_0) = 5$ al menos una vez en el intervalo $[2, 4]$.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2022	**PERÍODO:**	PAE 2022
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	22/abril/2022

Tema 6

1. (5 PUNTOS)

Dada la siguiente ecuación:

$$\int_{0}^{f(x)} t^2\,dt = x^2(1+x)$$

Aplicando el primer Teorema Fundamental del Cálculo, determine la ecuación de la recta tangente a $f(x)$, cuando $x=1$, dado que $f(1)=1$.

2. (5 PUNTOS)

Dada la siguiente ecuación:

$$\int_{0}^{f(x)} t^2\,dt = x^2(1+x)$$

Aplicando el primer Teorema Fundamental del Cálculo, determine la ecuación de la recta normal a $f(x)$, cuando $x=1$, dado que $f(1)=1$.

3. (5 puntos)

Dada la siguiente ecuación:

$$\int_{0}^{f(x)} t^3\,dt = x^3(1+x)$$

Aplicando el primer Teorema Fundamental del Cálculo, determine la ecuación de la recta tangente a $f(x)$, cuando $x=1$, dado que $f(1)=2$.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2022	**PERÍODO:**	PAE 2022
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	22/abril/2022

Tema 7

1. (8 PUNTOS)

   Calcule el área de la región delimitada por la intersección de la función $y \leq 2sen(\pi x)$ y las áreas conformadas por: $y \leq 2$, $x \geq 0$, $x \leq 3$ y sobre el eje X.

2. (8 PUNTOS)

   Calcule el área de la región definida por la parábola $y = x^2 - 2x$ y la función $y = -x^4$.

3. (8 PUNTOS)

   Calcule el área de la región definida por la intersección de la función $y \geq 2sen(\pi x)$ y las áreas conformadas por: $y \leq 2$, $x \geq 0.5$ y $x \leq 2.5$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2022	**PERÍODO:**	PAE 2022
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	22/abril/2022

Tema 8

1. (6 PUNTOS)
   Sea $f(x)=\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$. Determinar el volumen del sólido que se obtiene al girar alrededor de la recta $x=1$ la región del plano encerrada por el eje X, el gráfico de la función f y la recta $x=1$. Considere rectángulos paralelos al eje de rotación.

2. (6 PUNTOS)
   Sea $f(x)=\sqrt{\frac{2+x}{2-x}}$. Determinar el volumen del sólido que se obtiene al girar alrededor de la recta $x=2$ la región del plano encerrada por el eje X, el gráfico de la función f y la recta $x=2$. Considere rectángulos paralelos al eje de rotación.

3. (6 PUNTOS)
   Sea $f(x)=\sqrt{\frac{3+x}{3-x}}$. Determinar el volumen del sólido que se obtiene al girar alrededor de la recta $x=3$ la región del plano encerrada por el eje X, el gráfico de la función f y la recta $x=3$. Considere rectángulos paralelos al eje de rotación.