

Año:	2022	Periodo:	II PAO
Materia:	Ecuaciones Diferenciales y Álgebra Lineal	Profesor:	
Evaluación:	Primera	Fecha:	21 de noviembre de 2022

COMPROMISO DE HONOR

Yo, _____, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo donde se me indique, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándome. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

“Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar”.

Firma: _____ Número de matrícula: _____ Paralelo: _____

1. (10 puntos) Encuentre la solución general de la EDO de primer orden:

$$(t - 1)y' + 2y = e^{-(t-1)^2}, \quad t > 1.$$

2. (10 puntos) Considere una población de 12 mil habitantes. Al día de hoy 3 mil habitantes están infectados con el virus T . Se conoce que el virus T se propaga a una tasa que es directamente proporcional al cuadrado del número de personas *no infectadas*. Después de 2 días se sabe que habrá mil infectados más. ¿Cuántas personas estarán infectadas en una semana?

3. (10 puntos) En el espacio vectorial $\mathbb{M}_{2,2}$, de matrices 2×2 , considere el siguiente conjunto de vectores:

$$S = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \right\}$$

¿Qué condición (o condiciones) debe satisfacer un vector $v = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ para que $v \in \text{gen } S$?

¿Es S un conjunto linealmente independiente? Justifique sus respuestas.

4. En el espacio vectorial \mathbb{P}_1 , de polinomios de grado menor o igual a 1, considere el subconjunto

$$\mathbb{H} = \{p(x) \in \mathbb{P}_1 : 2p(1) + p(-1) = 0\}.$$

Demuestre que \mathbb{H} es un subespacio vectorial de \mathbb{P}_1 . Encuentre una base de \mathbb{H} y determine su dimensión.

5. Considere la EDO

$$y'' = 2yy'.$$

- (a) (5 puntos) Use el cambio de variable $w = y'$ y demuestre que la EDO dada se puede convertir en una EDO de primer orden en la cual y es la variable independiente y w la variable dependiente. *Sugerencia:* Use la regla de la cadena.

- (b) (5 puntos) Resuelva la EDO dada.

Puntaje total para el problema 5: [10]