

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2022	PERÍODO:	II PAO	MATERIA:	Cálculo de una variable
PROFESORES:	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., García A., García E., Hernández C., Laveglia F., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.				
EVALUACIÓN:	PRIMERA	FECHA:	21/noviembre/2022		

Examen:	
Lección:	
Quiz:	
Deber:	
Total:	

Nombre: _____ Cédula: _____ Paralelo: _____

COMPROMISO DE HONOR

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

1. (5 PUNTOS) De ser posible, calcule:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (x - 1) \operatorname{sen} \left(\frac{1}{x - 1} \right)$$

2. La temperatura T del café recién hecho es de 130°F y se conoce que dicha temperatura a través del tiempo t , medido en *minutos*, puede ser modelizada con la siguiente expresión:

$$T(t) = Ae^{-0.044t} + 72 ; t \geq 0$$

- (a) (1 PUNTO) Determine el valor de la constante A . Especifique la regla de correspondencia para la temperatura T , considerando el valor calculado.
- (b) (4 PUNTOS) Después que ha transcurrido mucho tiempo, mediante el cálculo de un límite, calcule la temperatura final T_f a la cual se enfría el café. Explique lo que representa la recta $T = T_f$ para la gráfica de la función T .

3. (6 PUNTOS) Dada la función de variable real f tal que:

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - 2x - 3}{x^3 - 4x^2 + 4x - 3} ; x \neq 3$$

Para que f sea continua en \mathbb{R} , ¿cómo debe ser definida en $x = 3$?

4. Para cada función, obtenga la expresión simplificada correspondiente a:

$$\frac{dy}{dx}$$

(a) (3 PUNTOS) $y = \frac{3^{4x}}{\cos(4x)}$

(b) (3 PUNTOS) $y = x^{\sec(x)}$

5. (6 PUNTOS) Determine la ecuación de la recta tangente en el punto P_0 a la curva:

$$\frac{9}{4}x - (x + y)^2 + \arctan(2y) = \frac{\pi}{4} \quad ; \quad P_0\left(1, \frac{1}{2}\right)$$

6. (8 PUNTOS) Bosqueje la gráfica de una función de variable real f que es continua y que cumple con todas las condiciones especificadas:

- i. $\text{dom } f = \mathbb{R}$
- ii. $f(0) = f(4) = f(6) = 0 ; f(2) = 4 ; f(5) = -5$
- iii. $\forall x \in (0, 2) \cup (5, +\infty), f'(x) > 0$
- iv. $\forall x \in (2, 5), f'(x) < 0$
- v. $f'(5)$ no existe.
- vi. $\forall x \in (0, 5) \cup (5, +\infty), f''(x) < 0$
- vii. f es impar.

Determine qué tipo de punto crítico se tiene cuando $x = 2$.

7. (8 PUNTOS) De los problemas mostrados a continuación, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y RESUÉLVALO:

Un cuadrado está inscrito en un círculo. Si la longitud del radio del círculo se está incrementando a una velocidad constante de 0.8 cm/s , calcule la velocidad con la que crece el área del círculo cuando el lado del cuadrado mide 4 cm .

La función $Q(p) = \log_2(65 - p^2)$ representa la cantidad, en *miles de acciones*, que demanda el mercado y p es el precio de cada acción en *dólares*. Si el precio de las acciones decrece a razón de $\$ 2 \text{ por semana}$, calcule la variación de la demanda cuando la cantidad demandada es de 4 mil acciones .

8. (6 PUNTOS) Dada la función de variable real f definida por:

$$f(x) = \sqrt{x-1} ; x \geq 1$$

Verifique si cumple con la hipótesis del TEOREMA DEL VALOR MEDIO PARA DERIVADAS (TEOREMA DE LAGRANGE) en el intervalo $[5, 17]$, y, en caso de hacerlo, determine el valor de c cuya existencia está garantizada por dicho teorema.