Facultad de
Ciencias Naturales y Matemáticas

AÑO: **2022**

MATERIA: **Álgebra lineal**

EVALUACIÓN: **Tercera**

TIEMPO DE DURACIÓN: **120 minutos**

PERIODO: **PRIMER TERMINO**

PROFESORES: Celleri Mario, Laveglia Franca, Martínez Margarita, Ramirez John, Valdiviezo Janet, Vielma Jorge.

FECHA: 09 de febrero de 2023

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.
"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ________________________ ***NÚMERO DE MATRÍCULA:*** ______________ ***PARALELO:*** ____

1. **(20 Puntos)**
Califique justificadamente el grado de verdad de las siguientes proposiciones
(S=siempre verdadera, A=a veces verdadera, N=nunca verdadera)

a. Sean A y B dos matrices equivalentes por n (Filas), entonces la nulidad de A es igual a la nulidad de B.

b. Sean β_1 y β_2 dos bases de un espacio vectorial V. Si A es la matriz cambio de base de β_1 a β_2 , entonces A^Tes siempre la matriz cambio de base de β_2 a β_1.

2. (20 Puntos)

En el espacio vectorial $P_2[\mathbb{R}]$, $[p(x)]_{\beta_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, donde $\beta_1 = \{1 - x,\ 3x,\ x^2 - x - 1\}$.

Exprese $p(x)$ en términos de la base $\beta_2 = \{3 - 2x\ , 1 + x\ , x + x^2\}$

3. (20 Puntos)

En el espacio vectorial $P_2[\mathbb{R}]$, se define el producto escalar:

$\langle p(x), q(x) \rangle = p(-1)q(-1) + p(0)q(0) + p(1)q(1)$. Determine

a. El complemento ortogonal de $W = gen\{1\}$.

b. Los polinomios $p(x)$ tales que $proy_W p(x) = \frac{1}{3}$.

4. (20 Puntos)

Sea $T: M_{2X1}(\mathbb{R}) \rightarrow M_{2X1}(\mathbb{R})$ una transformación lineal tal que 1 y -3 son valores propios de T y cuyos vectores propios correspondientes son $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Determinar la regla de correspondencia de la transformación T.

5. (20 Puntos)

Sea la matriz $A = \begin{bmatrix} a & 0 & b \\ 0 & -a & 0 \\ 0 & 1 & a \end{bmatrix}$ con $a, b \in \mathbb{R}$. Determine los valores de a y b para los cuales A es diagonalizable.