


<p>Facultad de <b>Ciencias Naturales y Matemáticas</b></p> 	<b>Escuela Superior Politécnica del Litoral</b>	
	<b>Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas</b>	
	<b>Materia:</b> Cálculo de una variable	<b>Fecha:</b> 21/04/2023
	<b>Profesores:</b> Cristhian Hernández, Pamela Crow	
	<b>Año y Periodo:</b> 2023 - PAE	
	<b>Estudiante:</b>	
<b>Cédula:</b>		
<b>Paralelo:</b> 1 y 2		
<b>EXAMEN DE SEGUNDA EVALUACIÓN</b>		
<b>COMPROMISO DE HONOR</b>		
<p>Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, <b>NO USARÉ</b> calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.</p> <p><b>Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración.</b></p> <p style="text-align: center;">_____</p> <p style="text-align: center;"><i>“Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar”.</i></p>		

1. (20 puntos) Justificando su respuesta, califique como verdadera o falsa cada una de las siguientes proposiciones:

- (a) Si  $f$  y  $g$  son dos funciones derivables en  $(a, b)$  tales que  $f'(x) = g'(x)$  para todo  $x \in (a, b)$ , entonces  $f(x) = g(x)$  para todo  $x \in (a, b)$ . (5 puntos).

(b) Sean  $F$  una antiderivada de la función  $f$  en un intervalo  $I$ . Si  $x_0 \in I$  es un cero de  $f$ , entonces  $x_0$  es un punto estacionario de  $F$ . (5 puntos).

(c) 
$$\int_a^b f(mx+n)dx = \frac{1}{m} \int_{am+n}^{bm+n} f(x)dx. \text{ (5 puntos).}$$

(d) 
$$\int_{-1}^1 \frac{1}{x} dx = 0. \text{ (5 puntos).}$$

2. (15 puntos) Dados  $a = \sum_{i=2}^n \ln \left( \frac{i+1}{i-1} \right)$  y  $b = 1 + 2 + 3 + \dots + n$ , calcule el valor de  $\frac{e^a}{b}$ .

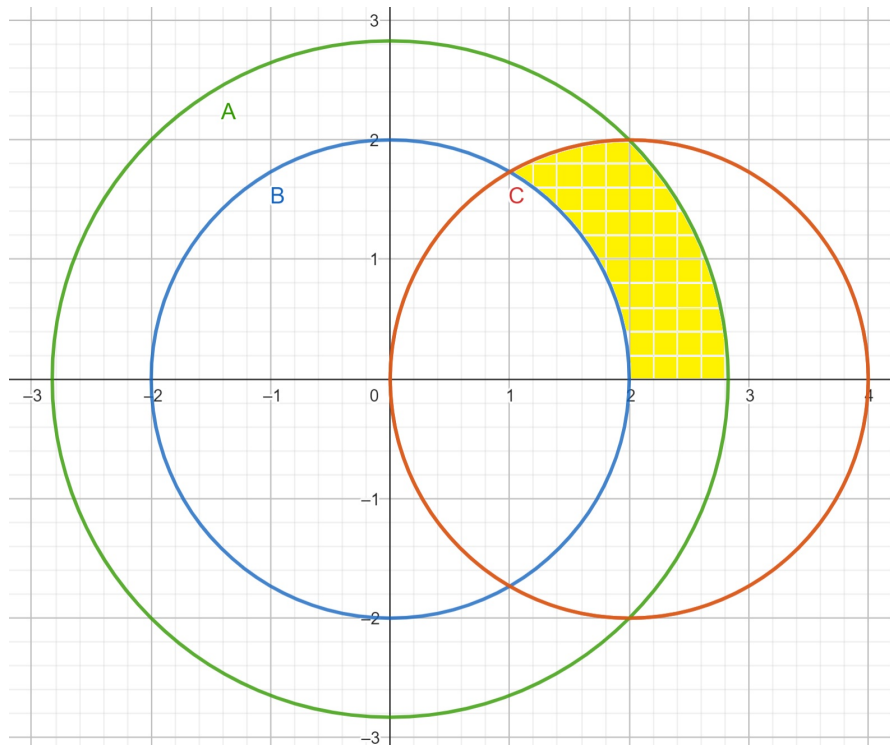
3. (15 puntos) Sea  $n \in \mathbb{N}$ . Si  $f$  es una función periódica definida en todo  $\mathbb{R}$  con período fundamental  $p$ , demuestre que:

$$\int_0^{np} f(x)dx = n \int_0^p f(x)dx$$

4. (20 puntos) Calcule la integral definida:

$$\int_{-1}^1 \left( \left| \frac{x^2 - 2x}{x + 3} \right| + x^7 e^{-x^2} \right) dx$$

5. (30 puntos) En el gráfico adjunto se muestran tres circunferencias cuyas ecuaciones en coordenadas polares son respectivamente  $r = 2\sqrt{2}$ ,  $r = 2$ ,  $r = 4\cos(\theta)$ .



Si denominamos  $\mathbf{R}$  a la región sombreada de la figura, entonces:

- (a) Usando coordenadas polares, calcule el área de  $\mathbf{R}$ . (10 puntos).

(b) Usando coordenadas polares, calcule el perímetro de  $\mathbf{R}$ . (10 puntos).

(c) Usando coordenadas rectangulares, **ESCRIBA las integrales** necesarias para calcular el volumen del sólido de revolución que se genera al rotar  $\mathbf{R}$  con respecto al eje  $x = -1$  usando el método de las cortezas. (10 puntos).