

<p>Facultad de <b>Ciencias Naturales y Matemáticas</b></p> 	<b>Escuela Superior Politécnica del Litoral</b>	
	<b>Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas</b>	
	<b>Materia:</b> Cálculo de una variable	<b>Fecha:</b> 28/04/2023
	<b>Profesores:</b> Cristhian Hernández, Pamela Crow	
	<b>Año y Periodo:</b> 2023 - PAE	
	<b>Estudiante:</b>	
<b>Cédula:</b>		
<b>Paralelo:</b> 1 y 2		
<b>EXAMEN DE TERCERA EVALUACIÓN</b>		
<b>COMPROMISO DE HONOR</b>		
<p>Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, <b>NO USARÉ</b> calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.</p> <p><b>Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración.</b></p> <p style="text-align: center;">_____</p> <p style="text-align: center;"><i>“Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar”.</i></p>		

1. (20 puntos) Justificando su respuesta, califique como verdadera o falsa cada una de las proposiciones de los siguientes enunciados:

(a) Sea  $X$  un espacio métrico y  $A \subset X$ . Si  $x \in A$ , entonces  $x \in A'$ . (5 puntos).

(b) Sea  $f$  una función definida en  $[a, b]$ . Si  $f(a)f(b) < 0$ , entonces  $f$  corta al eje  $X$  en  $(a, b)$ . (5 puntos).

(c)  $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{x-1}} = e$ . (5 puntos).

(d) Sea  $F$  una antiderivada de la función  $f$  en el intervalo  $I$ . Si  $f(x) > 0$  para toda  $x \in I$ , entonces  $F$  es estrictamente creciente en  $I$ . (5 puntos).

2. (20 puntos) Una partícula se desplaza de izquierda a derecha a lo largo de la curva  $f(x) = x \operatorname{sen}(x)$ . Si la partícula comienza su recorrido en el punto  $(0, 0)$  y su posición horizontal cambia a razón de  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  unidades/s, calcule a qué tasa está variando la longitud de la curva recorrida en el instante en que  $x = \frac{\pi}{2}$ .

3. (15 puntos) Sea  $f$  una función tal que:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_x^{x^2} e^{t^2} dt}{x} & ; x \neq 0 \\ -1 & ; x = 0 \end{cases}$$

Demuestre que  $f$  es continua en  $x = 0$ .

4. (15 puntos) Usando una integral definida y conceptos asociados a la suma de Riemann, calcule el valor del siguiente límite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\pi i}{n} \cos\left(\frac{\pi i}{n}\right)$$

5. (15 puntos) Calcule el área comprendida entre la función  $f(x) = e^{-|x|}$  y el eje  $X$  para  $x \geq -1$ .

6. (15 puntos) Sean  $f, g, h$  funciones tales que:  $f(0) = 1, f(2) = 0, f'(0) = 4, f'(2) = 5, g(1) = 2, g'(1) = 3$ . Si  $h(x) = (f \circ g \circ f)(x)$ , determine la ecuación de la recta normal a  $h$  cuando  $x = 0$ .