ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Año:2023	Período: PAO1
Materia: CÁLCULO VECTORIAL	Profesores: Mario Célleri, Nelson Córdova, Carlos Martín, María Nela Pastuizaca, Ebner Pineda, Pedro Ramos, Soraya Solís
Evaluación: Segunda	Fecha: 28 de agosto del 2023

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ………..…………… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que no puedo usar calculadoras, celulares u otros dispositivos electrónicos, que sí puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen y que no debo hacer ruidos molestos durante el mismo; y, cualquier objeto que hubiere traído que sea de mi propiedad, debo depositarlo en el lugar autorizado. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

Firma ***NÚMERO DE MATRÍCULA: ……………………………..….*** ***PARALELO: ………..***

1. (10 p.) Sea $T(x,y) = xy$ una función de temperatura definida en todo el plano $\mathbb{R}^2$. Con el método de Lagrange, determine sus valores extremos en la curva elíptica $9x^2 + y^2 = 4$. Justifique su respuesta.

2. (10 p.) Sea f una función continua en $\mathbb{R}^2$. Considere la integral doble

$$I = \int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^{1+\sqrt{1-y}} f(x,y)dx\,dy.$$

a) Dibuje la región de integración. Especifique ejes coordenados, vértices de la región y sombree dicha región.

b) Cambie el orden de integración de I.

3. (10 p.) Dado el campo de fuerzas $\mathbf{F}(x, y, z) = z\mathbf{i} + 3x\mathbf{j} + 2y^2\mathbf{k}$, definido en $\mathbb{R}^3$, y C la curva intersección de la semiesfera $z = \sqrt{6 - x^2 - y^2}$ con el plano $z = 2$, orientada positivamente (en sentido antihorario), determine:

   a) El trabajo que desarrolla el campo $\mathbf{F}$ al mover una partícula a lo largo de la trayectoria C.

   b) Si se cumplen las hipótesis del teorema de Stokes. De ser así, aplique este teorema para confirmar el valor obtenido en *a*).

4. (10 p.) Empleando una integral triple y el sistema de coordenadas cilíndricas, calcule el volumen del sólido limitado por el cilindro $x^2 + y^2 = 2y$, el paraboloide $x^2 + y^2 = 2z$ y el plano XY.

Nota: $\displaystyle\int sen^4(u)du = \frac{3}{8}u - \frac{1}{4}sen(2u) + \frac{1}{32}sen(4u) + K.$

5. (10 p.) Sean $a, b > 0$. Sea S la superficie del plano $bx + az = ab$ ubicada en el interior del cilindro $x^2 + y^2 = a^2$. Exprese el área de S en términos de las constantes a y b.