

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

<b>AÑO:</b>	2023	<b>PERÍODO:</b>	II PAO	<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	Examen:	
<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Cordero M., García E., Hernández C., Laveglia F., López E., Moreno A., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.					Lección:	
<b>EVALUACIÓN:</b>	SEGUNDA	<b>FECHA:</b>	29/enero/2024			Quiz:	
						Deber:	
						Total:	

1. (5 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \beta \left( \frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}x^{3/2} + \ln(x) \right) \left( x + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 dx \quad ; \quad (\beta \in \mathbb{N}) \wedge (\beta \geq 2)$$

2. (6 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int x^{14} \cos(\lambda x^5) dx \quad ; \quad \lambda \in \mathbb{N}$$

3. (8 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x) = x^2 - 2x \quad ; \quad x \in [-1, 3]$$

Utilizando la DEFINICIÓN DE INTEGRAL DEFINIDA, evalúe:

$$\int_{-1}^3 f(x) dx$$

4. (7 PUNTOS)

Sea la función de variable real  $f$  continua (y, por lo tanto, integrable), en el intervalo  $[-2, 3]$ , para la cual se cumple que:

$$\int_{-2}^0 3f(x)dx = \int_2^3 2f(x)dx = 7$$

$$\int_{-2}^3 f(x)dx = 9 - 2 \int_3^2 f(x)dx$$

Calcule:

$$\int_0^2 f(x)dx$$

5. (8 PUNTOS)

Dada la siguiente integral impropia:

$$\int_0^{+\infty} \left( \frac{2x}{x^2 + 1} - \frac{k}{2x + 1} \right) dx$$

- (a) (1 PUNTO) Indique su definición mediante el límite correspondiente.
- (b) (3 PUNTOS) Establezca la familia de antiderivadas para la función en el integrando.
- (c) (4 PUNTOS) Determine el valor al cual converge la integral impropia, considerando que  $k = 4$ .

6. (8 PUNTOS)

Calcule el área  $A$  de la región  $R$  en el segundo cuadrante que está acotada por las funciones  $f(x) = \sqrt{-x}$  y  $g(x) = -x - 2$ . Para el efecto, realice lo siguiente:

- (a) (2 PUNTOS) Determine los puntos de intersección entre los elementos del plano que limitan la región  $R$ .
- (b) (1 PUNTO) Ubique, en el plano cartesiano, puntos relevantes de la región  $R$ , grafique los elementos que la limitan e identifíquela claramente.
- (c) (2 PUNTOS) Dibuje la(s) franja(s) representativa(s) y establezca la(s) expresión(es) para el cálculo de su(s) área(s).
- (d) (3 PUNTOS) Plantee y evalúe la(s) integral(es) definida(s) correspondiente(s) para el cálculo del área  $A$ .

7. (10 PUNTOS)

Dada la región  $R$  definida como:

$$R = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 / \left( \frac{1}{4} \leq y \leq \frac{2}{x^2} \right) \wedge (-2 \leq x \leq -1) \right\}$$

Calcule el volumen  $V$  del sólido de revolución que se genera al rotar  $R$  alrededor de la recta  $y = 0$ . Para el efecto, realice lo siguiente:

- (a) (2 PUNTOS) Determine los puntos de intersección entre los elementos del plano que limitan la región  $R$ .
- (b) (2 PUNTOS) Ubique, en el plano cartesiano, puntos relevantes de la región  $R$ , grafique los elementos que la limitan, identifíquela claramente; y, bosqueje su reflexión con respecto al eje de rotación.
- (c) (3 PUNTOS) Dibuje la(s) franja(s) representativa(s) y su(s) rotación(es); luego, establezca la(s) respectiva(s) expresión(es) para el volumen del (o de los) elemento(s) tridimensional(es) generado(s).
- (d) (3 PUNTOS) Plantee y evalúe la(s) integral(es) definida(s) correspondiente(s) al cálculo del volumen  $V$ .