

Año:	2023	Periodo:	II PAO
Materia:	Ecuaciones Diferenciales y Álgebra Lineal	Profesores:	Jesús Aponte, Eduardo Rivadeneira, Carlos Martín
Evaluación:	Tercera	Fecha:	14 de febrero de 2024

COMPROMISO DE HONOR

Yo, _____, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que solo puedo un lápiz o esferográfico y borrador, que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen y que cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído debo apagarlo y depositarlo donde se me indique, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándome. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

“Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni deo copiar”.

Firma: _____ Número de matrícula: _____ Paralelo: _____

1. (20 puntos) Halle la solución general de la EDO

$$y'' - y' - 2y = \cosh(2t), \quad t > 0,$$

Sugerencia: $\cosh t = (e^t + e^{-t})/2$

Rúbrica:

Halla la solución general homogénea.	1-4 puntos
Usa superposición no homogénea para determinar la forma de la solución particular.	1-2 puntos
Usa el método de los coeficientes indeterminados (u otro método) para hallar la solución particular	1-14 puntos

2. Sea S el subespacio de $C^\infty(\mathbb{R})$ cuya base es el conjunto $\mathcal{B} = \{e^{2t} \cos t, e^{2t} \sin t\}$.

(a) (10 puntos) Sea $D: S \rightarrow S$ el operador derivación, esto es, $Dy(t) = y'(t)$, para toda función $y(t)$ en S . Halle la matriz de D respecto a la base \mathcal{B} .

Rúbrica:

Halla los vectores de coordenadas respecto a la base \mathcal{B} de las imágenes por D de los elementos de \mathcal{B} .	1-5 puntos
Halla la matriz de D respecto a la base \mathcal{B}	1-5 puntos

(b) (10 puntos) Halle una EDO lineal homogénea de segundo orden cuyo espacio de soluciones sea S .

Rúbrica:

Construye a partir de la base \mathcal{B} las raíces características de la EDO buscada	1-5 puntos
Halla la EDO buscada	1-5 puntos

3. Resuelva las siguientes EDO de primer orden

(a) (10 puntos) $y' = \sin^2(2t)\cos^2 y$.

Rúbrica:

Identifica que es una EDO a variable separable y separa las variables	1-5 puntos
Integra correctamente y halla la solución buscada	1-5 puntos

(b) (10 puntos) $t^2y' + 2ty - y^3 = 0, t > 0$.

Rúbrica:

Identifica que es una EDO de Bernoulli y hace el cambio de variable adecuado	1-5 puntos
Resuelve la EDO	1-5 puntos

4. (20 puntos) Resuelva el PVI

$$y' = \begin{bmatrix} 13/6 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} y, \quad y(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Rúbrica:

Calcula correctamente el polinomio característico y los valores propios	1-6 puntos
Calcula correctamente los espacios propios correspondientes	1-8 puntos
Halla la solución al PVI	1-6 puntos

5. (20 puntos) Sea $T: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ la transformación lineal cuya matriz respecto a la base canónica es

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(a) (10 puntos) Halle una base para $\text{Im}(T)$ y demuestre que todo vector $(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \text{Im}(T)$ satisface la condición $x_1 - x_2 + x_3 = 0$.

Rúbrica:

Halla una base para la imagen de T	1-5 puntos
Demuestra que todo elemento de la imagen satisface $x_1 - x_2 + x_3 = 0$	1-5 puntos

(b) (10 puntos) Demuestre que todo vector $(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \text{N}(T)$ también satisface la condición $x_1 - x_2 + x_3 = 0$.

Rúbrica:

Halla el núcleo de T	1-5 puntos
Demuestra que todo elemento del núcleo satisface $x_1 - x_2 + x_3 = 0$	1-5 puntos