**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**
**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**
**ÁREA DE MATEMÁTICAS**

| | | |
|---|---|---|
| **AÑO LECTIVO:** 2023 - 2024 | **PERIODO ACADÉMICO:** 2 | **COMPONENTE TEÓRICO** |
| **ASIGNATURA:** Ecuaciones Diferenciales<br>**COORDINADOR:** Antonio Chong Escobar | **PROFESORES:**<br>**Paralelo 01:** Antonio Chong Escobar<br>**Paralelos 02 y 03:** Hernando Sánchez Caicedo<br>**Paralelos 04 y 05:** Eduardo Rivadeneira Molina | **TOTAL (100 Puntos)** |
| **EVALUACIÓN:** Tercera | **FECHA:** 14 de febrero de 2024 | |

**COMPROMISO DE HONOR QUE SE DEBE LLENAR PARA QUE ESTA EVALUACIÓN SEA CALIFICADA**

Yo, ______________________________________________________________

**reconozco que en la presente evaluación:**

1) **debo mantenerme en la página del compromiso de honor** hasta que la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación permita(n) iniciar.
2) **sólo** puedo **comunicarme con** la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación.
3) cualquier **instrumento de comunicación** que hubiere traído, como teléfono celular, debo apagarlo y depositarlo en mi mochila junto con cualquier otra pertenencia, y mi mochila debo ubicarla en la parte frontal del aula. En el caso de no haber traído mochila, los instrumentos de comunicación los debo colocar sobre el escritorio del aula.
4) cualquier **instrumento de comunicación** como teléfonos celulares, que se mantenga en mi poder (como en los bolsillos de mi ropa, etc.), será considerado como una prueba de intento de copia, aún cuando el instrumento se encuentre apagado, descargado, dañado, etc. En el caso de que se me detecte alguno de estos instrumentos, la(s) persona(s) responsables de la recepción de la evaluación me tomará(n) una foto junto con el dispositivo como evidencia, sin embargo, podré continuar en el aula resolviendo la evaluación luego de poner el instrumento de comunicación sobre el escritorio del aula.
5) **sólo** puedo usar **un bolígrafo** que no sea de tinta roja**, un lápiz, un borrador y un sacapuntas;** mientras que **todo lo demás, incluido cartucheras, calculadoras, laptops y tablets**, debo ubicarlos dentro de mi mochila.
6) no debo usar **abrigos, gafas, relojes, gorras, ni audífonos; mis manos** estarán siempre sobre el pupitre junto a las hojas de mi evaluación; y **mi rostro y orejas** estarán siempre descubiertos.
7) debo **resolver la evaluación de manera individual**, sin consultar con otro estudiante y sin consultar en libros, notas o apuntes.
8) los temas los debo **desarrollar de manera** ordenada y clara en las hojas de la evaluación, las cuales debo mantener **dobladas del tamaño de una hoja A4**.
9) **el incumplimiento** de cualesquiera de los 8 ítems anteriores se sancionará de acuerdo con los reglamentos de ética y disciplina de la ESPOL.

***Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado todos sus 9 ítems.***

"Como estudiante de la ESPOL **me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad**, por eso no copio ni dejo copiar".

**FIRMA:** ____________________________ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** ____________________ **PARALELO:** ____

**Elaborado por:** Antonio Chong Escobar, Ph.D. (achong@espol.edu.ec)

# Rúbrica

**Tema 1 (20 puntos)**

**Literal a (10 puntos)**

Conociendo que los coeficientes de la serie de potencias $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ están relacionados por medio de la expresión recursiva $a_{n+3} = a_n$, muestre que el valor de suma de la serie está dado por la expresión $\frac{a_0+a_1x+a_2x^2}{1-x^3}$ para todo valor $x$ que satisface la condición $|x| < 1$.

| Capacidades por evaluar | Nivel de aprendizaje | | |
|---|---|---|---|
| | **Inicial** | **Desarrollado** | **Excelencia** |
| Determinar el valor de suma de una serie de potencias y su intervalo de convergencias. | Utiliza la expresión recursiva para generar una cantidad adecuada de términos iniciales, **pero no** reemplaza los términos obtenidos en el desarrollo de la serie. | Utiliza la expresión recursiva para generar una cantidad adecuada de términos iniciales y muestra que el valor de suma está dado por la expresión $\frac{a_0+a_1x+a_2x^2}{1-x^3}$, **pero no** muestra que esta expresión es válida para todo $x$ que satisface $|x| < 1$. | Utiliza la expresión recursiva para generar una cantidad adecuada de términos iniciales y muestra que el valor de suma está dado por la expresión $\frac{a_0+a_1x+a_2x^2}{1-x^3}$ para todo $x$ que satisface $|x| < 1$. |
| **Puntaje** | [0 , 2] | (2 , 7] | (7 , 10] |

**Literal b (10 puntos)**

Determine si la serie $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$, tal que $b_k = (-1)^{k+1}\left(\frac{k}{2k^2-1}\right)$, es convergente o divergente.

| Capacidades por evaluar | Nivel de aprendizaje | | |
|---|---|---|---|
| | **Inicial** | **Desarrollado** | **Excelencia** |
| Determinar si una serie alternada es convergente o divergente. | Determina que la serie satisface la condición de monotonía decreciente del teorema de las series alternadas, **pero no** analiza la condición del límite del mismo teorema. | Determina que la serie satisface la condición de monotonía decreciente del teorema de las series alternadas y que la serie también satisface la condición del límite del mismo teorema, **pero no** concluye que la serie es convergente. | Determina que la serie satisface el teorema de las series alternadas. Luego, concluye que la serie es convergente. |
| **Puntaje** | [0 , 4] | (4 , 8] | (8 , 10] |

**Tema 2 (20 puntos)**

Considere el problema de valor inicial $\frac{dy}{dx} = \frac{3y+2b^2x}{2y+3x}$ tal que $y(1) = b + 1$ y además $b$ es una constante real fija. Explique por qué la EDO del problema es de tipo homogénea. Luego, determine la solución del problema, resolviendo la EDO con el método de las ecuaciones homogéneas.

| Capacidades por evaluar | Nivel de aprendizaje | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **Inicial** | **En desarrollo** | **Desarrollado** | **Excelencia** |
| Determinar la solución de un problema de valor inicial, asociado a una ecuación diferencial de primer orden de tipo homogénea. | Explica por qué la EDO del problema es de tipo homogénea, **pero no** plantea un cambio de variable que la transforme en separable. | Explica por qué la EDO del problema es de tipo homogénea y la transforma en separable, **pero no** la resuelve. | Explica por qué la EDO del problema es de tipo homogénea, la transforma en separable, la resuelve y expresa la solución en términos de las variables originales, **pero no** evalúa la condición inicial. | Explica por qué la EDO del problema es de tipo homogénea, la transforma en separable, la resuelve y expresa la solución en términos de las variables originales. Evalúa la condición inicial y concluye cuál es la solución del problema de valor inicial. |
| **Puntaje** | [0 , 4] | (4 , 8] | (8 , 16] | (16 , 20] |

**Elaborado por:** Antonio Chong Escobar, Ph.D. (achong@espol.edu.ec)

**Tema 3 (20 puntos)**
Determine la solución general de la EDO $y'''(x) - 2y''(x) + 9y'(x) - 18y(x) = 5sen(3x)$, obteniendo una solución particular con el método de los coeficientes indeterminados. Luego, utilizando el método de variación de parámetros, plantee la forma de la solución particular y las condiciones que deben satisfacer los parámetros.

| **Capacidades por evaluar** | **Nivel de aprendizaje** | | | |
|---|---|---|---|---|
| Determinar la solución general de una EDO de segundo orden lineal no homogénea. | **Inicial** | **En desarrollo** | **Desarrollado** | **Excelencia** |
| | Halla la solución complementaria de la EDO, **pero no** plantea la forma de una solución particular usando el método de los coeficientes indeterminados. | Halla la solución complementaria de la EDO. Plantea la forma de una solución particular usando el método de los coeficientes indeterminados, **pero no** la determina. | Halla la solución complementaria de la EDO. Plantea la forma de una solución particular usando el método de los coeficientes indeterminados, la determina y además concluye cuál es la solución general, **pero no** plantea la forma de la solución particular con el método de variación de parámetros. | Halla la solución complementaria de la EDO. Plantea la forma de una solución particular usando el método de los coeficientes indeterminados, la determina y además concluye cuál es la solución general. Con el método de variación de parámetros, plantea la forma de la solución particular y las condiciones que deben satisfacer los parámetros. |
| **Puntaje** | [0 , 4] | (4 , 7] | (7 , 17] | (17 , 20] |

**Tema 4 (20 puntos)**
Determine la solución del siguiente problema de valor inicial, donde $\delta$ denota la delta de Dirac:

$$z''(t) - z(t) = 4\delta(t-2) + t^2 \text{ tal que } z(0) = 0, z'(0) = 2.$$

A continuación, determine el resultado del producto entre $\delta(t-3)$ y $z(t)$.

| **Capacidades por evaluar** | **Nivel de aprendizaje** | | | |
|---|---|---|---|---|
| Determinar la solución general de un problema de valor inicial, usando la transformada de Laplace. | **Inicial** | **En desarrollo** | **Desarrollado** | **Excelencia** |
| | Plantea la transformada de Laplace junto con la propiedad de linealidad a ambos lados de la EDO, **pero no** halla las transformadas planteadas. | Plantea la transformada de Laplace junto con la propiedad de linealidad a ambos lados de la EDO, y halla la transformada de cada uno de los términos de la EDO obteniendo una expresión para la transformada de z$(t)$, **pero no** plantea la transformada inversa de dicha expresión. | Plantea la transformada de Laplace junto con la propiedad de linealidad a ambos lados de la EDO, halla la transformada de cada uno de los términos de la EDO obteniendo una expresión para la transformada de $z(t)$, plantea la transformada inversa de dicha expresión y realiza una descomposición en fracciones parciales, **pero no** determina la transformada inversa. | Plantea la transformada de Laplace junto con la propiedad de linealidad a ambos lados de la EDO, halla la transformada de cada uno de los términos de la EDO obteniendo una expresión para la transformada de $x(t)$, plantea la transformada inversa de dicha expresión y realiza una descomposición en fracciones parciales. Determina la transformada inversa, esto es, la solución del problema de valor inicial. Además, determina el resultado del producto entre $\delta(t-3)$ y $z(t)$. |
| **Puntaje** | [0, 2] | (2, 10] | (10, 14] | (14, 20] |

**Elaborado por:** Antonio Chong Escobar, Ph.D. (achong@espol.edu.ec)

**Tema 5 (20 puntos)**
Utilizando el método de valores y vectores propios, determine la solución del problema de valor inicial:

$$\begin{cases} x'(t) = 3x(t) + 6y(t) \\ y'(t) = x(t) - 2y(t) \end{cases}, \text{ tal que } \begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

| **Capacidades por evaluar** | **Nivel de aprendizaje** | | | |
|---|---|---|---|---|
| Utilizando el método de valores y vectores propios, determina la solución problema de valor inicial asociado a un sistema de ecuaciones. | **Inicial** | **En desarrollo** | **Desarrollado** | **Excelencia** |
| | Plantea la forma de una solución vectorial y determina los valores propios de la matriz de coeficientes del sistema, **pero no** plantea la forma de los espacios característicos. | Plantea la forma de una solución vectorial, determina los valores propios de la matriz de coeficientes del sistema, plantea la forma de los espacios característicos y halla un vector propio para $r_1$, **pero no** halla un vector propio para $r_2$. | Plantea la forma de una solución vectorial, determina los valores propios de la matriz de coeficientes del sistema, plantea la forma de los espacios característicos y halla un vector propio tanto para $r_1$ como para $r_2$, **pero no** concluye cuál es la solución general del sistema. | Plantea la forma de una solución vectorial, determina los valores propios de la matriz de coeficientes del sistema, plantea la forma de los espacios característicos y halla un vector propio tanto para $r_1$ como para $r_2$. Finalmente, concluye cuál es la solución general del sistema, determina el valor de sus constantes utilizando las condiciones iniciales y concluye cuál es la solución del problema de valor inicial. |
| **Puntaje** | [0 , 5] | (5 , 11] | (11 , 15] | (15 , 20] |

**Elaborado por:** Antonio Chong Escobar, Ph.D. (achong@espol.edu.ec)