

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

<b>AÑO:</b>	2023	<b>PERÍODO:</b>	II PAO	<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable
<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Cordero M., García E., Hernández C., Laveglia F., López E., Moreno A., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.				
<b>EVALUACIÓN:</b>	TERCERA			<b>FECHA:</b>	14/febrero/2024

Nombre: \_\_\_\_\_ Cédula: \_\_\_\_\_ Paralelo: \_\_\_\_\_

**COMPROMISO DE HONOR**

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

**Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.**

\_\_\_\_\_

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni deajo copiar".

1. (16 PUNTOS) En cada caso, obtenga  $\frac{dy}{dx}$  y exprésela en forma simplificada:

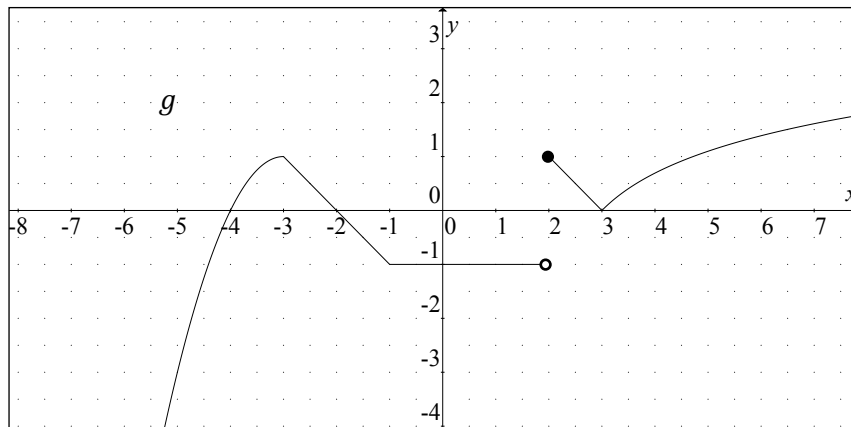
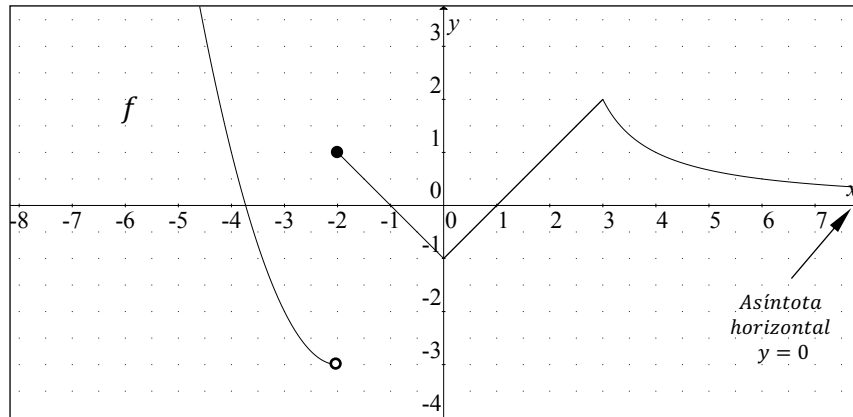
(a) (3 PUNTOS)  $y = (x^3 + x)\pi^{-x}$

(b) (3 PUNTOS)  $y = \frac{1}{2} \arctan(4x)$

(c) (5 PUNTOS)  $x^3 = \frac{x+y}{x-y}$  ;  $x \in \mathbb{R} - \{0, -1\}$

(d) (5 PUNTOS)  $y = (3x - 2)^{\sqrt{x}}$  ;  $x \in \left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$

2. (14 PUNTOS) Dadas las gráficas de las funciones de variable real  $f$  y  $g$ :



Justificando paso a paso y considerando las afirmaciones del TEOREMA PRINCIPAL DE LÍMITES y el TEOREMA DEL LÍMITE DE LA COMPOSICIÓN DE FUNCIONES, calcule el valor de  $L$ , siendo:

$$L = \frac{\lim_{x \rightarrow +\infty} g(f(x)) + \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{g(x+1)}{3f(x)}}{\lim_{x \rightarrow 2^-} \left( \frac{3-f(x)}{g(x)} \right)^3}$$

3. (16 PUNTOS) En cierto día se ha determinado que la velocidad  $v$  [millas/hora] del tráfico (velocidad media espacial de los vehículos que circulan) en una avenida es:

$$v(t) = t^3 - 10.5t^2 + 30t + 20 \quad ; \quad 0 \leq t \leq 6$$

donde  $t$  es el tiempo transcurrido en *horas*. Determine el valor de  $t$  para el cual se registra la máxima velocidad del tráfico y el correspondiente valor de  $t$  para el cual la velocidad del tráfico es mínima. Luego, calcule la velocidad máxima y la velocidad mínima en esta avenida.

4. (14 PUNTOS) Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \frac{x - 3}{\sqrt{5 - 4x - x^2}} dx$$

5. (16 PUNTOS) Dada la función  $f$  tal que:

$$f(x) = \frac{\ln^3(x) + 2}{x(\ln(x) + 1)} ; x \in [1, e]$$

Calcule su VALOR PROMEDIO ( $VP$ ) en el intervalo dado.

6. (24 PUNTOS) Dada la región  $R$  definida como:

$$R = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 / \left( x \leq y \leq -\frac{x^3}{2} \right) \wedge (-2 \leq x \leq 0) \right\}$$

Calcule el volumen  $V$  del sólido de revolución que se genera al rotar  $R$  alrededor de la recta  $x = 1$ . Para el efecto, realice lo siguiente:

- (4 PUNTOS) Determine los puntos de intersección entre los elementos del plano que limitan la región  $R$ .
- (5 PUNTOS) Ubique, en el plano cartesiano, puntos relevantes de la región  $R$ , grafique los elementos que la limitan, identifíquela claramente; y, bosqueje su reflexión con respecto al eje de rotación.
- (7 PUNTOS) Dibuje la(s) franja(s) representativa(s) y su(s) rotación(es); luego, indique la(s) expresión(es) correspondiente(s) para el volumen del (o de los) elemento(s) tridimensional(es) generado(s).
- (8 PUNTOS) Plantee y evalúe la(s) respectiva(s) integral(es) definida(s) para el cálculo del volumen  $V$ .