ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

Facultad de Ingeniería en Mecánica y Ciencias de la Producción

"Modelado, Simulación y Control de un Sistema Dinámico mediante el uso de Componentes Análogos Simples"

TESIS DE GRADO

Previo la obtención del Título de:

INGENIERO MECÁNICO

Presentada por:

Roberth Arturo Tinoco Romero.

GUAYAQUIL – ECUADOR

AÑO: 2006

AGRADECIMIENTO

A todas las personas que de uno u otro modo colaboraron con la realización exitosa de este proyecto y en especial al Ing. Eduardo Orces por su invaluable ayuda

DEDICATORIA

A las innumerables personas que han hecho posible mi formación académica de principio a fin, cuyo respaldo incondicional han sido un fuerte valuarte que llevaré siempre en consideración, entre ellos principalmente a mis padres.

TRIBUNAL DE GRADUACIÓN

Ing. Eduardo Rivadeneira P.
DECANO DE LA FIMCP
PRESIDENTE

Ing. Eduardo Orces P.
DIRECTOR DE TESIS

Ing. Federico Camacho B.
VOCAL

Ing. Nelson Cevallos B.
VOCAL

DECLARACIÓN EXPRESA

"La responsabilidad del contenido de esta Tesis de Grado, me corresponden exclusivamente; y el patrimonio intelectual de la misma a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL"

(Reglamento de graduación de la ESPOL).

Roberth A. Tinoco R.

RESUMEN

Como un sistema típico de control, el péndulo invertido es un excelente medio de comprobación y evaluación de diferentes métodos de control aplicados a sistemas inestables reales, además es muy conocido por su analogía en el diseño de un controlador de vibraciones en la plataforma para el lanzamiento de cohetes. Otras aplicaciones importantes es en la robótica, en el posicionamiento de un satélite con respecto a la tierra, en este caso el satélite esta en movimiento y las antenas que se encuentran en la tierra no pueden dejar que se mueva demasiado, ya que sino se saldría del rango de comunicación entre ellos. Es así como podríamos decir que están sujetos estos dos cuerpos (satélite y antena) por un vector virtual el cuál en la parte de la tierra se encuentra fijo y la parte en movimiento en el espacio, haciendo así la función del péndulo invertido.

Existen más aplicaciones para el péndulo invertido como lo es la estabilidad en grúas, edificios, aplicaciones didácticas, etc. Un péndulo invertido es un

dispositivo físico que consiste en una barra cilíndrica con libertad de oscilar alrededor de un pivote fijo. El pivote es montado sobre un carruaje el cual en su giro puede seguir una trayectoria horizontal.

Nuestro propósito final es conservar el péndulo perpendicular ante la presencia de perturbaciones, donde el péndulo inclinado regresa a la posición vertical cuando se aplica al carro una fuerza de control apropiada y al final de cada proceso de control, se pretende regresar el carro a la posición de referencia. La fuerza correcta tiene que ser establecida a través de las mediciones de los valores instantáneos de la posición horizontal y el ángulo de inclinación del péndulo, por lo que hacemos uso del diseño de un observador de orden mínimo.

El sistema péndulo, carro y actuador puede ser modelado como un sistema lineal si todos los parámetros son conocidos (masas, longitudes, etc.), bajo la premisa de que el ángulo de inclinación por parte del péndulo es pequeño, para así poder encontrar un controlador para estabilizarlo, basado en la tutela del uso de las diversas metodologías de control expuestas y así destacar los puntos relevantes de cada uno de ellas con las simulaciones pertinentes.

ÍNDICE GENERAL

Pág.

RESUMEN ..... **II**

INDICE GENERAL ..... **III**

ABREVIATURAS ..... **IV**

SIMBOLOGÍA ..... **V**

INDICE DE FIGURAS ..... **VI**

INDICE DE TABLAS ..... **VII**

INTRODUCCIÓN **1**

CAPITULO 1

1. MODELADO Y RESPUESTA A LAZO ABIERTO DEL SISTEMA 4

    1.1. Modelo Matemático del Sistema Dinámico Péndulo Invertido 6

    1.2. Representación del Sistema en Simulink 15

    1.3. Respuesta del Sistema a Lazo Abierto 19

    1.4. Estrategias de Control 35

CAPITULO 2

2. METODO DEL LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES PARA EL ANÁLISIS DEL SISTEMA DE CONTROL 41

2.1. Determinación de la Función de Transferencia del Controlador 43

2.2. Análisis de la Variable no Controlada 79

2.3. Modelado en SIMULINK del Sistema de Control Obtenido 84

CAPITULO 3

3. METÓDO DE UBICACIÓN DE POLOS PARA EL ANÁLISIS DEL SISTEMA DE CONTROL 88

3.1. Controlabilidad y Observabilidad 90

3.2. Análisis del Sistema de Control mediante la Realimentación del Estado Observado de Orden Completo 94

3.3. Modelado en SIMULINK del Sistema de Control Obtenido 121

CAPITULO 4

4. REGULADOR CUADRÁTICO LINEAL EN EL DISEÑO FINAL DEL SISTEMA DE CONTROL 125

4.1. Selección del Actuador 126

4.2. Control Óptimo de un Sistema Lineal Regulador 173

4.3. Diseño del Sistema de Control mediante Realimentación de Estados con Observador de Orden Mínimo 182

CAPITULO 5

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....214

APÉNDICES

BIBLIOGRAFÍA

ABREVIATURAS

A	Amperio
op-amp	Amplificador operacional
AC	Corriente Alterna
DC	Corriente Directa
FEM	Fuerza Contra-electromotriz
H	Henrio
Kg	Kilogramo
KΩ	kilo-ohmio
LA	Lazo Abierto
LC	Lazo Cerrado
LGR	Lugar Geométrico de las Raíces.
N	Newton
N-m	Newton-metro
e	Número neperiano
m	Metro
m/s	Metro por segundo
Ω	Ohmio
rad	Radian
rad/s	Radian por segundo
r.p.m.	Revoluciones por minuto
s	Segundos
w	Vatio
v	Voltios

SIMBOLOGIA

α	Aceleración Angular del Eje del Motor
F_o	Amplitud de la Fuerza Excitatriz
υ	Coeficiente de Fricción viscosa equivalente del Motor reductor
B	Coeficiente de Fricción Viscosa equivalente del Carro
b	Coeficiente de Fricción Viscosa equivalente del Péndulo
y_{cg}	Centro de Gravedad del
χ_{cg}	Centro de Gravedad del Péndulo en el Eje de las abscisas
K_1	Constante del Par Motriz
K_2	Constante de la Fuerza contra-electromotriz
P	Control Proporcional.
D	Control Derivativo
I	Control Integral
i_a	Corriente de Armadura del Motor
i_f	Corriente de Campo del Motor
φ	Desfase entre la Fuerza Excitatriz y el Desplazamiento angular.
ϕ	Desplazamiento Angular del eje del Motor
d	Diámetro de la polea.
r	Radio de la polea.
$\phi(s)$	Polinomio Característico de la Matriz de Estados
θ	Desplazamiento Angular del Péndulo
X	Desplazamiento Lineal del Carro
FAD	Factor de Amplificación Dinámico.
ζ	Factor de Amortiguamiento Relativo
Ψ	Flujo magnético en el entrehierro del Motor
ω_o	Frecuencia Natural
ω_a	Frecuencia Amortiguada
ω	Frecuencia Excitatriz
F_d	Fuerza excitatriz o disturbio externo
G	Función de Transferencia del Sistema Péndulo Invertido.
ΔV	Ganancia de Voltaje

K_d	Ganancia Derivativa
K_i	Ganancia Integral
K_p	Ganancia proporcional
g	Gravedad
J	Índice de desempeño
L_m	Inductancia.
J_c	Inercia de Carga.
J_m	Inercia del eje del Motor
I	Inercia del Péndulo
ZMi	Impedancia Miller de entrada.
ZMo	Impedancia Miller de salida.
ℓ	Longitud media del Péndulo
A	Matriz de Estado
B	Matriz de Entrada
K	Matriz de Ganancia de Realimentación del Estado
L	matriz de Ganancia del Observador
C	Matriz de Salida
D	Matriz de Transición Directa
M	Masa del Carro
m	Masa del Péndulo
i	Número imaginario
n	Número de Estados.
T	Par desarrollado por el Motor
τ_o	Par desarrollado en la Polea
τ	Período Fundamental
h_{fe}	Parámetro de la relación de la transferencia directa de la corriente a corto circuito para una configuración base común.
h_{ie}	Parámetro de impedancia de entrada a cortocircuito para una configuración emisor común
σ	Parte real de un número complejo
μ_i	Polos del sistema a lazo cerrado.
β	Relación entre la corriente del colector y la corriente de base en el transistor.
N	Reducción de velocidad
Ra	Resistencia de Armadura del Motor
μ	Señal del Control
ν	Señal del Control del Problema dual
Mp	Sobrepaso Máximo
t_s	Tiempo de Asentamiento o Estabilización
t_r	Tiempo de Levantamiento
s	Variable Compleja
χ_i	Variables de Estado

Z	Variables de Estado del Problema dual.
$\hat{x}$	Variables de Estado estimadas
e_a	Voltaje aplicado a la Armadura del Motor DC
e_b	Voltaje o fuerza Contra-electromotriz

INDICE DE FIGURAS

Pág.

Figura 1-1: Diagrama de Cuerpo libre del Sistema Péndulo Invertido....7
Figura 1-2: Comportamiento Dinámico del Sistema en Lazo Cerrado ante una señal Escalón con el uso de la Función de Transferencia 23
Figura 1-3: Comportamiento Dinámico del Sistema en Lazo Cerrado ante una señal Escalón en el Espacio de estados....31
Figura 1-4: Subsistema del Modelado Sistema Péndulo Invertido en Simulink....33
Figura 1-5: Respuesta de la Desviación Angular del Péndulo ante una señal Escalón como disturbio en Simulink....34
Figura 1-7: Respuesta del Desplazamiento del Carro ante una señal Escalón como disturbio en Simulink 34
Figura 1-8: Sistema Retroalimentado 40
Figura 2-1: Diagramas de Bloques del Sistema Péndulo Invertido....45
Figura 2-2: Diagramas de Bloques Simplificado del Sistema Péndulo Invertido....46
Figura 2-3: Trazo del LGR usando Matlab 51
Figura 2-4: Respuesta del Sistema ante una Señal Escalón como disturbio omitiendo los efectos de amortiguamiento 65
Figura 2-5: Respuesta del Sistema ante una Señal Escalón como disturbio considerando los efectos de amortiguamiento 66
Figura 2-6: Trazo del LGR para establecer el parámetro de ajuste 72
Figura 2-7: Trazo del LGR amplificado para establecer el parámetro de ajuste 73

Figura 2-8: Respuesta del Sistema de Control bajo una señal escalón como disturbio en base al método del LGR....74
Figura 2-9 Respuesta Transitoria para una señal impulso con el uso del Controlador PID....78
Figura 2-10 Diagrama de Bloques Global del Sistema Péndulo Invertido....80
Figura 2-11: Diagrama de Bloques Simplificado del Sistema Péndulo Invertido....80
Figura 2-12: Respuesta de las Variables de Salida del Sistema de control ante una señal escalón como Disturbio....83
Figura 2-13: Configuración Resultante del Sistema de Control utilizando Simulink....85
Figura 2-14: Velocidad de Respuesta del desplazamiento Angular del Péndulo por medio de Simulink en presencia de una señal escalón....86
Figura 2-15: Velocidad de Respuesta del desplazamiento Lineal del Carro por medio de Simulink en presencia de una señal escalón....86
Figura 3-1: Plano Complejo S....101
Figura 3-2: Velocidad de Respuesta mediante el uso del Método de Ubicación de Polos....104
Figura 3-3: Diagrama de Bloques usando Realimentación de Estado....105
Figura 3-4: Diagrama de Bloques incluyendo el Observador de orden Completo....116
Figura 3-5: Velocidad de Respuesta de las Variables Controladas con el uso de un Observador de Orden completo....120
Figura 3-6: Diagrama de Bloques del Sistema Péndulo Invertido en Simulink usando Realimentación de Estado....122
Figura 3-7: Velocidad de Respuesta de Desplazamiento Angular del Péndulo usando Realimentación de estado y una señal Escalón como disturbio....123
Figura 3-8. Velocidad de Respuesta de Desplazamiento lineal del Carro usando Realimentación de estado y una señal Escalón como disturbio....123
Figura 4-1: Ilustración que muestra la Energía requerida por el motor....138
Figura 4-2: Circuito Equivalente de un Motor DC controlado por Armadura....140
Figura 4-3: Conexión Dinámica del Péndulo-Motor....144

Figura 4-4: Equipo de Prueba para la determinación de la constate Par Motriz 148
Figura 4-5: Ilustración de los Equipos usados para determinar las constantes del motor 150
Figura 4-6: Ilustración del Reductor 155
Figura 4-7: Ilustración de la Prueba para determinar la Inercia del eje del Motor 158
Figura 4-8: Diagrama de Cuerpo Libre del Rotor por una barra adherida a su eje 159
Figura 4-9: Descripción del Sistema Motor, Reductos y Conjunto Carro – Péndulo 163
Figura 4-10: Trazo del LGR para determinar la reducción óptima 167
Figura 4-11: Trazo del LGR para determinar la reducción óptima amplificada 168
Figura 4-12: Modelo AC del Driver del Motor mediante parámetros Híbridos 191
Figura 4-13: Modelo AC del Driver del Motor mediante parámetros Híbridos en base al Teorema Millar 192
Figura 4-14: Amplificador Operacional Sumador Inversor 194
Figura 4-15: Respuesta Transitoria del Sistema de Control en base a LQR con una señal Escalón como disturbio 199
Figura 4-16: Diagrama de la Señal de flujo del Controlador 205
Figura 4-17: Configuración del modelo Sistema Péndulo Invertido en Simulink con LQR 208
Figura 4-18: Comportamiento Dinámico del Péndulo en base al Diseño LQR y con una señal Escalón como Disturbio 209
Figura 4-19: Comportamiento Dinámico del Carro en base al Diseño LQR y con una señal Escalón como Disturbio 209

ÍNDICE DE TABLAS

Pág.

Tabla 1-1: Parámetros del Sistema Físico Péndulo Invertido 22
Tabla 1-2: Instrucciones en Matlab con el Uso del la Función de Transferencia 22
Tabla 1-3: Instrucciones en Matlab con el uso del Espacio de Estados 30
Tabla 2-1: Instrucciones en Matlab para el trazo del LGR 50
Tabla 2-2: Instrucciones en Matlab para obtener la Respuesta del Sistema ante una señal Escalón como disturbio omitiendo los efectos e amortiguamiento 64
Tabla 2-3: Instrucciones en Matlab para establecer el Parámetro de Ajuste con las especificaciones de Desempeño en base el criterio de Routh y al LGR 71
Tabla 2-4: Comportamiento Habitual de Kp, Ki y Kd en la respuesta transitoria 76
Tabla 2-5: instrucciones en Matlab para la determinación de la respuesta transitoria en base al control PID 77
Tabla 2-6: Instrucciones en Matlab para el Análisis de la Variable no Controlada 82
Tabla 3-1: Instrucciones en Matlab para determinar la matriz de Ganancia de realimentación de Estado. 102
Tabla 3-2: Lista de sustituciones necesarias para escribir la ecuación para el observador de Orden Mínimo 112
Tabla 3-3: Instrucciones en Matlab para determinar K y L 119
Tabla 4-1: Tipos de Actuadotes a considerar 128
Tabla 4-2: Potencia del Motor 138
Tabla 4-3: Parámetros para determinar la Constante Par Motriz 150
Tabla 4-4: Parámetros para determinar la Constante Fuerza Electromotriz 151
Tabla 4-5: Parámetros para determinar la Resistencia de Armadura 151
Tabla 4-6: Valores experimentales para determinar la inercia del eje del Motor 161

Tabla 4-7: Parámetros Parciales Físicos del sistema 161
Tabla 4-8: Parámetros del Sistema Péndulo Invertido 172
Tabla 4-9: Instrucciones en Matlab para determinar los eigenvalores del la Matriz de Estado 186
Tabla 4-10: Instrucciones en Matlab para determinar K 198
Tabla 4-11: Instrucciones en Matlab para determinar L 202
Tabla 4-12: Lista de Componentes 212