

TEMPERATURA

El concepto de temperatura se basa en las ideas cualitativas de “caliente” (temperatura alta) y “frío” (temperatura baja) basados en el sentido del tacto.

Contacto térmico.- Dos objetos (no necesariamente en contacto físico) están en contacto térmico entre sí, si pueden intercambiarse energía entre ellos. Este intercambio de energía ocurre debido a que los objetos están a diferentes temperaturas.

Calor.- Es la transferencia de energía de un objeto a otro como resultado de una diferencia de temperatura entre los dos.

Equilibrio Térmico.- Situación en la que dos objetos en contacto térmico uno con otro dejan de intercambiar energía, debido a que sus temperaturas se igualan.

Temperatura.- Propiedad que determina si un objeto está en equilibrio térmico con otros objetos.

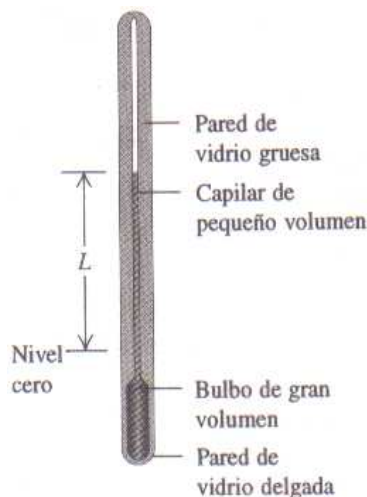
Ley Cero de la Termodinámica.- “Si los objetos A y B están por separado en equilibrio térmico con un tercer objeto, C, entonces los objetos A y B están en equilibrio térmico entre sí”.

TERMÓMETROS Y ESCALAS DE TEMPERATURA

Termómetro.- Instrumento que se usa para definir y medir temperaturas. Todo termómetro está basado en el cambio de una propiedad física (en forma lineal) de una sustancia, debido al cambio de temperatura. La sustancia recibe el nombre de sustancia termométrica.

Algunas propiedades físicas que cambian con la temperatura son: el volumen de un líquido, la longitud de un sólido, la presión de un gas a volumen constante, el volumen de un gas a presión constante, la resistencia eléctrica de un conductor, y el color de un objeto.

Termómetro de mercurio (Hg) o de etanol (alcohol etílico).- Constan de una masa de líquido (mercurio o etanol) que se expande dentro de un tubo de vidrio capilar cuando se calienta, de modo que se aprovecha el cambio de volumen del líquido para medir la temperatura.



Cualquier cambio de temperatura puede definirse como proporcional al cambio de longitud de la columna de líquido.

Escala Celsius.- Para definir la escala de temperatura Celsius se utiliza dos puntos que están relacionados con situaciones físicas que siempre ocurren a la misma temperatura. Estos puntos son: el de congelación y el de ebullición del agua.

Punto de congelación del agua: Temperatura a la cual una mezcla de agua y hielo están en equilibrio térmico a presión atmosférica. En la escala Celsius esta situación ocurre a cero grados Celsius, lo cual se escribe como 0°C .

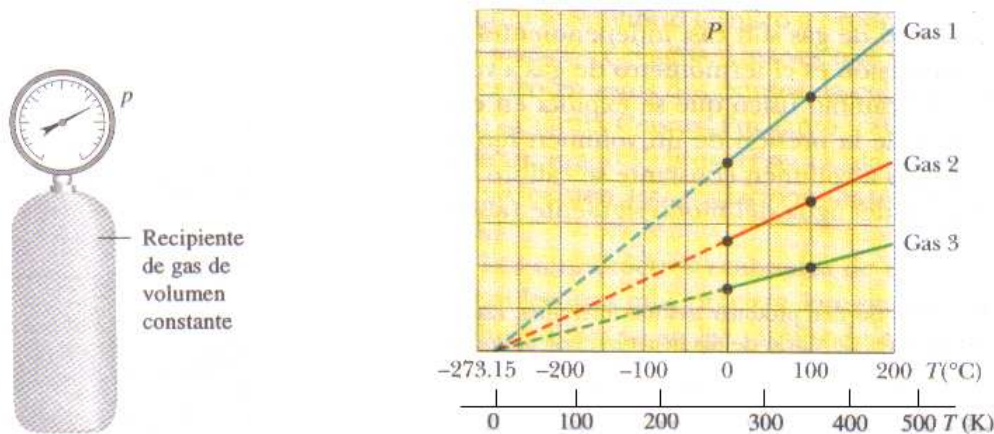
Punto de ebullición del agua: Temperatura a la cual una mezcla de agua y vapor están en equilibrio térmico a presión atmosférica. En la escala Celsius esta situación ocurre a cien grados Celsius, lo cual se escribe como 100°C .

Una vez definido el punto de 0°C y 100°C, se procede a dividir la columna en 100 segmentos para crear la escala Celsius (también llamada *escala centígrada* porque existen 100 gradaciones entre los puntos de congelación y ebullición del agua)

Debido a que el mercurio y el etanol tienen diferentes propiedades de expansión térmica, sus lecturas pueden diferir ligeramente al medir la temperatura de un mismo objeto, de hecho esto también ocurre con dos termómetros que utilizan el mismo líquido ya que es difícil fabricar tubos capilares de vidrio de diámetro interior uniforme.

Termómetro de Gas a volumen constante.- Utiliza como principio que la presión de un gas a volumen constante, aumenta en forma lineal con la temperatura. Las lecturas de temperatura en este tipo de termómetros son casi independientes de la sustancia utilizada en el termómetro.

Para calibrar el termómetro, medimos la presión a dos temperaturas, digamos 0°C y 100°C, dibujamos esos puntos y trazamos una línea recta entre ellos:



La relación entre Presión y Temperatura es lineal para un intervalo de temperaturas bastante grandes. Cuando la temperatura es muy baja, el gas se licua y solidifica de manera que la presión deja de ser proporcional a la temperatura. Considerando un gas ideal la temperatura absoluta mínima es -273.15°C (*cero absoluto*), y esto se da para cualquier tipo de gas como se ve en la gráfica P vs T.

Escala Kelvin.- También llamada *escala absoluta de temperatura*, es aquella que fija su punto cero a -273.15°C. La conversión de grados Celsius a kelvin es:

$$T[K] = T[°C] + 273.15$$

Para calibrar el termómetro de gas en kelvin solo es necesario conocer un punto de referencia, a diferencia del termómetro de Hg o etanol. Definimos el cociente de dos temperaturas T_1 y T_2 en la escala kelvin como el cociente de las correspondientes presiones de un termómetro de gas P_1 y P_2 :

$$\frac{T_2[K]}{T_1[K]} = \frac{P_2}{P_1}$$

Se elige como punto de referencia el *punto triple* del agua, que se define como una combinación única de temperatura ($0.01^{\circ}\text{C} = 273.16\text{ K}$) y presión (610 Pa) en la que puede coexistir agua sólida (hielo), líquida y gaseosa (vapor). De modo que se puede obtener la temperatura en kelvin a partir de la presión de un termómetro de gas con la siguiente expresión:

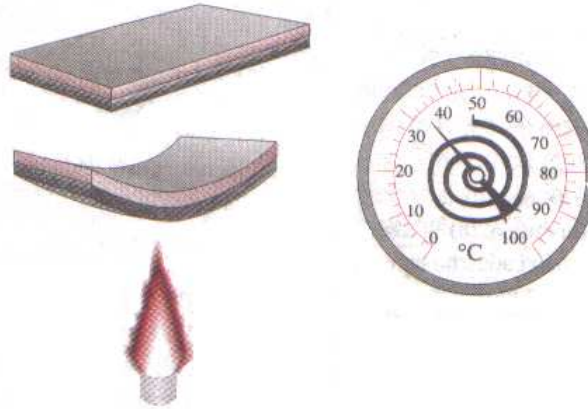
$$T[\text{K}] = T_{\text{triple}}[\text{K}] \frac{P}{P_{\text{triple}}}$$

Donde:

P_{triple} es la presión del termómetro de gas a la temperatura $T_{\text{triple}} = 273.16\text{ K}$.

P es la presión del termómetro de gas a la temperatura T .

Tira bimetálica.- Se fabrica pegando tiras de dos metales distintos. Al calentarse el sistema, un metal se expande más que el otro, así que la tira compuesta se dobla al cambiar la temperatura. Normalmente a la tira se le da forma de espiral, con el extremo exterior fijo a la caja y el interior unido a una aguja que va a girar en respuesta de un cambio de temperatura.



En un **termómetro de resistencia** se mide el cambio en la resistencia eléctrica de una bobina de alambre fino, un cilindro de carbono o un cristal de germanio. Como la resistencia puede medirse con gran precisión, los termómetros de resistencia suelen ser más precisos que los demás.

Para medir temperaturas muy altas se puede usar un **pirómetro óptico**, que mide la intensidad de radiación emitida por una sustancia al rojo vivo o al rojo blanco. El instrumento no toca la sustancia caliente, por lo que el pirómetro puede usarse a temperaturas que destruirían casi todos los demás termómetros.

Escala Fahrenheit.- En esta escala la temperatura de congelación del agua es 32°F (32 grados Fahrenheit) y la de ebullición es 212°F , ambas a presión atmosférica estándar. La conversión de grados Celsius a grados Fahrenheit es:

$$T[{}^{\circ}\text{F}] = \frac{9}{5}T[{}^{\circ}\text{C}] + 32$$

En esta escala hay 180 grados entre el punto de congelación y de ebullición del agua.

EXPANSIÓN TÉRMICA

Casi todos los materiales se expanden al calentarse (aumenta su temperatura), y se contraen al enfriarse (disminuye su temperatura). La cantidad que se expande o se contrae depende de cada material, pero la experiencia demuestra que es proporcional al cambio de temperatura y a la longitud inicial:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$$

Donde:

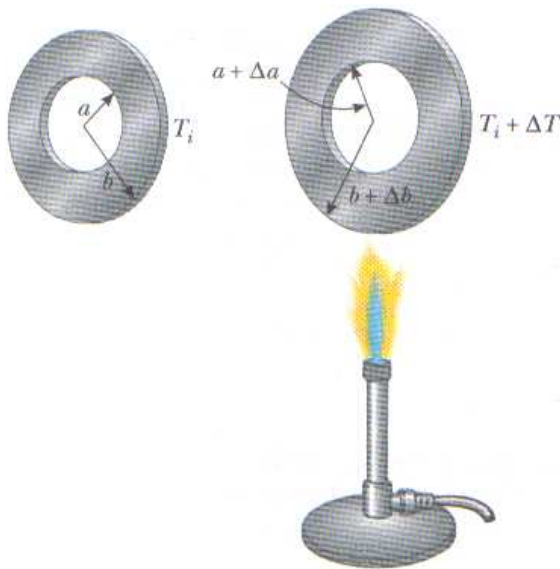
ΔL Cambio de longitud, si es + el material se expandió, si es - el material se contrajo.

α Coeficiente térmico de expansión lineal. $[(^{\circ}C)^{-1}]$

L_0 Longitud inicial del material, ΔT Cambio de Temperatura. $\Delta T < \approx 100$ $[^{\circ}C]$

Expresando en función de la longitud final se tiene:

$$L = L_0(1 + \alpha \Delta T)$$



La expansión térmica en proporción aumenta todas las dimensiones de un objeto por lo tanto se pueden expresar el área superficial (S) y el volumen (V) como:

$$S = S_0(1 + \gamma \Delta T)$$

$$V = V_0(1 + \beta \Delta T)$$

Donde:

γ Coeficiente térmico de expansión superficial. $[(^{\circ}C)^{-1}]$. Para sólidos $\gamma = 2\alpha$.

β Coeficiente térmico de expansión volumétrica. $[(^{\circ}C)^{-1}]$. Para sólidos $\beta = 3\alpha$.

Expansión térmica del agua.- El agua, en el intervalo de temperaturas de $0^{\circ}C$ a $4^{\circ}C$, disminuye su volumen al aumentar la temperatura. En este intervalo su coeficiente β es negativo. Por encima de $4^{\circ}C$ el agua se expande al calentarse, por tanto, el agua tiene mayor densidad a $4^{\circ}C$. El agua también se expande al congelarse.

Esfuerzo Térmico.- Si sujetamos rígidamente los extremos de una varilla para evitar su expansión o contracción y luego cambiamos la temperatura, aparecerán esfuerzos de tensión o compresión llamados *esfuerzos térmicos*.

$$\sigma_{\text{térmico}} = \frac{F}{A} = -Y \alpha \Delta T$$

Cuando ΔT es negativo ($\sigma_{\text{térmico}}$ y F positivos), entonces se requiere una fuerza y un esfuerzo de *tensión* para mantener la longitud inicial. Cuando ΔT es positivo ($\sigma_{\text{térmico}}$ y F negativos), entonces se requiere una fuerza y un esfuerzo de *compresión* para mantener la longitud inicial.

DESCRIPCIÓN MACROSCÓPICA DE UN GAS

Si se tiene un gas de masa m confinado en un recipiente de volumen V a una presión P y temperatura T , la relación entre todas estas cantidades se denomina **ecuación de estado**, y para un gas ideal esta dado por:

$$PV = nRT$$

Donde P es la presión, V el volumen, n es el número de moles, R es la constante universal de los gases y T es la temperatura.

$$R = 8.315 \left[\frac{J}{mol \cdot K} \right] = 0.08214 \left[\frac{L \cdot atm}{mol \cdot K} \right]$$

$$n = \frac{m}{M} = \frac{\text{masa}}{\text{masa molecular}} = \frac{[g]}{[g/mol]} \quad [mol]$$

Un mol de cualquier sustancia es su masa molecular expresada en gramos. La masa molecular esta determinada por la fórmula química y la masa atómica de los átomos. Así por ejemplo, el agua H_2O tiene una masa molecular dada por:

$$M = (\# \text{ de átomos } H)(\text{masa atómica } H) + (\# \text{ de átomos } O)(\text{masa atómica } O)$$

$$M = (2)(1) + (1)(16) = 18 [g/mol]$$

De modo que un mol de agua tiene una masa de 18g. Un mol de una sustancia contiene el número de Avogadro ($N_A = 6.023 \times 10^{23}$) de moléculas, por lo que el número de total de moléculas N es igual al producto del numero de moles n y el número de Avogadro de modo que la ecuación de estado puede escribirse como:

$$PV = nRT = \frac{N}{N_A} RT = Nk_B T \quad ; \quad k_B \equiv \text{constante de Boltzmann}$$

Donde $k_B = 1.38 \times 10^{-23} [J/K]$

Gas Ideal.- Gas de baja densidad para el cual PV/nT es constante. Un gas real a baja presión se comporta como un gas ideal, siempre y cuando la temperatura no sea demasiada baja (el gas no debe condensarse en un líquido) ni demasiado alta.

Ley del Gas Ideal.- Si el volumen y la temperatura de una cantidad fija de gas no cambian, entonces la presión también permanece constante.

$$\frac{PV}{T} = \text{constante} \Rightarrow \frac{P_i V_i}{T_i} = \frac{P_f V_f}{T_f}$$

Ley de Boyle.- Si el la temperatura de una cantidad fija de gas no cambia, entonces el volumen del gas es inversamente proporcional a la presión.

$$P_i V_i = P_f V_f$$

Ley de Charles.- Si el la presión de una cantidad fija de gas no cambia, entonces el volumen del gas es directamente proporcional a la temperatura.

$$\frac{V_i}{T_i} = \frac{V_f}{T_f}$$

Ley de Gay-Lussac.- Si el volumen de una cantidad fija de gas no cambia, entonces la presión del gas es directamente proporcional a la temperatura.

$$\frac{P_i}{T_i} = \frac{P_f}{T_f}$$

EJERCICIOS RESUELTOS Y PROPUESTOS

1.- En un termómetro de escala °H en honor a su creador (Henry), observamos que el neón ebulle a 36 °H y el nitrógeno se solidifica a 54 °H. Sabiendo que el primero ebulle a -246 °C y que el segundo se solidifica a -210 °C, ¿cuánto marcará dicho termómetro cuando se tome la temperatura del agua en ebullición a presión atmosférica?

Solución:

En general para pasar de una escala de temperatura 1 a otra escala 2, se utiliza la siguiente expresión:

$$T_2 = aT_1 + b$$

Donde, T_2 es la temperatura en la escala 2, T_1 es la temperatura en la escala 1, a y b son constantes. Para este problema en particular se tiene:

$$T[^\circ H] = aT[^\circ C] + b$$

Utilizando los datos del ejercicio podemos obtener dos ecuaciones:

$$36[^\circ H] = a(-246[^\circ C]) + b \quad (\text{punto de ebullición del neón})$$

$$54[^\circ H] = a(-210[^\circ C]) + b \quad (\text{punto de solidificación del neón})$$

Donde las incógnitas son a y b . Resolviendo se obtiene $a = 0.5 [^\circ H/^\circ C]$ y $b = 159 [^\circ H]$

$$T[^\circ H] = 0.5T[^\circ C] + 159$$

Evaluando para el punto de ebullición del agua 100°C tenemos:

$$T = 209 [^\circ H]$$

2.- En una escala de temperatura desconocida, el punto de congelación del agua es -15.0°S y el punto de ebullición es de +60.0°S. Obtenga una ecuación de conversión lineal entre esta escala de temperatura y la escala Celsius.

3.- Un termómetro de resistencia de platino marca 10Ω cuando el termómetro está en hielo a 0°C. Cuando está colocado en vapor a 100°C, la resistencia es 14Ω. ¿Cuál es la temperatura de la sustancia si el valor de la resistencia es 7 Ω cuando el termómetro se coloca en dicha sustancia?

4.- Una barra de metal de 30.0 cm de longitud se dilata 0.075 cm cuando su temperatura se aumenta de 0 °C a 100 °C. Una barra de una material diferente y de la misma longitud se dilata 0.045 cm para el mismo aumento de temperatura. Una tercera barra, también de 30.0 cm de longitud, constituida por trozos de los metales anteriores unidos por sus extremos, se dilata 0.065 cm entre 0 °C y 100 °C. Hállese la longitud de cada una de las porciones de la barra compuesta.

Solución:

Debemos analizar a la tercera barra (la barra compuesta). El cambio de longitud de la barra compuesta es la suma del cambio de longitud de cada barra que lo compone:

$$\Delta L_3 = \Delta L_1 + \Delta L_2$$

$$\Delta L_3 = L_{01}\alpha_1 \Delta T + L_{02}\alpha_2 \Delta T \quad ; \Delta T = 100[^\circ C]$$

$$\frac{\Delta L_3}{\Delta T} = L_{01}\alpha_1 + L_{02}\alpha_2 = \frac{0.065 [cm]}{100[^\circ C]}$$

$$6.5 \times 10^{-4} = L_{01}\alpha_1 + L_{02}\alpha_2 \quad [cm/^\circ C] \quad (1)$$

Sabemos que la barra compuesta tiene una longitud inicial de $L_0 = 30\text{[cm]}$:

$$L_0 = L_{01} + L_{02}$$

$$30 = L_{01} + L_{02} \quad [\text{cm}] \quad (2)$$

En estas dos ecuaciones tenemos como incógnitas L_{01} , L_{02} , α_1 , α_2 . Analizamos ahora las condiciones de las dos barras por separado:

Barra 1:

$$\Delta L_{\text{Barra1}} = L_0 \alpha_1 \Delta T \Rightarrow 0.075[\text{cm}] = (30[\text{cm}])\alpha_1(100[^\circ\text{C}])$$

$$\alpha_1 = 2.5 \times 10^{-5} \text{ [}^\circ\text{C}^{-1}\text{]}$$

Barra 2:

$$\Delta L_{\text{Barra2}} = L_0 \alpha_2 \Delta T \Rightarrow 0.045[\text{cm}] = (30[\text{cm}])\alpha_2(100[^\circ\text{C}])$$

$$\alpha_2 = 1.5 \times 10^{-5} \text{ [}^\circ\text{C}^{-1}\text{]}$$

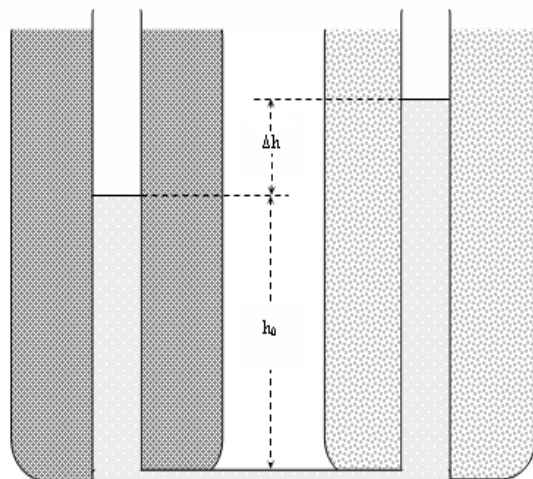
De modo que la ecuación 1 se puede escribir como:

$$6.5 \times 10^{-4} = (2.5 \times 10^{-5})L_{01} + (1.5 \times 10^{-5})L_{02} \quad [\text{cm}/^\circ\text{C}] \quad (3)$$

Resolviendo las ecuaciones 2 y 3 se tiene:

$$L_{01} = 20 \text{ [cm]} \quad ; \quad L_{02} = 10 \text{ [cm]}$$

5.- El dispositivo que se muestra a continuación sirve para medir el coeficiente de expansión volumétrica de un líquido (en vez de medir la expansión diferencial entre el vidrio y el líquido). Consiste en dos tubos de vidrio verticales llenos con un líquido que están unidos en sus extremos inferiores mediante un tubo capilar. Un tubo está rodeado por un baño que contiene hielo y agua en equilibrio y el otro por un baño de agua a $T = 16^\circ\text{C}$. Determine el coeficiente de expansión volumétrica β , si $h_0 = 126 \text{ cm}$ y $\Delta h = 1.50 \text{ cm}$.



Solución:

En general los líquidos aumentan de volumen conforme se incrementa su temperatura, y tienen coeficientes promedio de expansión volumétrica casi diez veces más grandes que los de los sólidos, por lo tanto consideremos que la expansión del vidrio es despreciable por lo que el área se mantiene constante.

La expansión se produce por la variación de temperatura de 0°C (hielo y agua en equilibrio) a 16°C :

$$\Delta V = V_0 \beta \Delta T$$

$$(\Delta h)A = h_0 A \beta \Delta T$$

$$\beta = \frac{\Delta h}{h_0 \Delta T} = \frac{1.5}{(126)(16-0)} = 7.44 \times 10^{-4} \text{ [}^\circ\text{C}^{-1}\text{]}$$

6.- Una barra metálica de longitud L a la temperatura de 0°C se calienta uniformemente de manera que la temperatura esta en función de la distancia x , medida desde un extremo de la barra según la siguiente expresión:

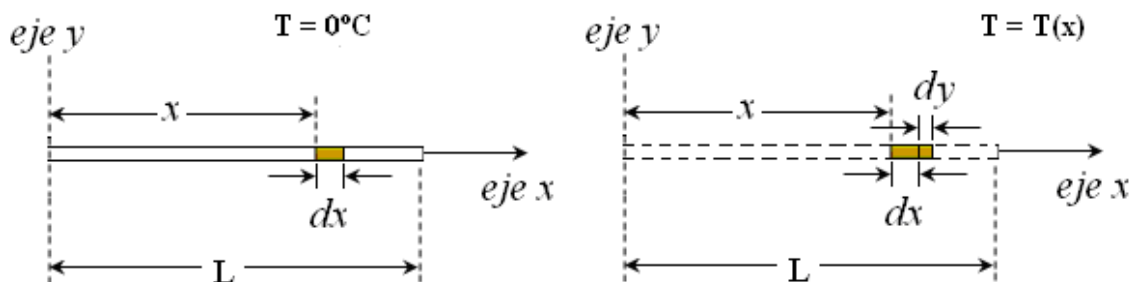
$$T(x) = T_0 \text{sen}\left(\frac{\pi}{L}x\right)$$

El coeficiente de expansión lineal de la barra es α . Calcule el aumento de longitud en la barra.

Solución:

Debido a que la temperatura final no es uniforme, se analiza a un diferencial de barra llamado dx . La temperatura de este diferencial varía desde 0°C a una temperatura $T = T_0 \text{sen}\left(\frac{\pi}{L}x\right)$, debido a este cambio de temperatura ocurre un cambio de longitud llamado dy , dado por la expresión:

$$dy = dx \alpha \Delta T = dx \alpha T = dx \alpha T_0 \text{sen}\left(\frac{\pi}{L}x\right)$$



La suma de todos estos cambios de longitud nos da como resultado el cambio de longitud de toda la barra:

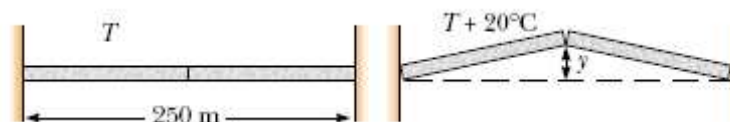
$$\int_0^{\Delta L} dy = \int_0^L dx \alpha T_0 \text{sen}\left(\frac{\pi}{L}x\right)$$

$$\Delta L = \alpha T_0 \int_0^L \text{sen}\left(\frac{\pi}{L}x\right) dx = \frac{\alpha T_0 L}{\pi} \left(-\cos\left(\frac{\pi}{L}x\right) \right) \Big|_0^L$$

$$\Delta L = \frac{2\alpha T_0 L}{\pi}$$

7.- Un reloj con un péndulo de latón tiene un periodo de 1s a 20°C . Si la temperatura aumenta a 30°C a) ¿en qué medida cambia el periodo, b) ¿cuánto tiempo se atrasa o adelanta el reloj en una semana? $\alpha_{\text{latón}} = 2 \times 10^{-5} [(\text{C})^{-1}]$

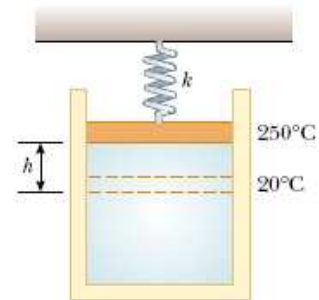
8.- Dos tramos de concreto de un puente de longitud L se colocan extremo con extremo para que no haya posibilidad de expansión. Si hay un aumento de temperatura de ΔT , encuentre la altura y a la cual estos tramos se pandean.



9.- Una cuerda de acero de guitarra con un diámetro de 1 mm se estira entre soportes separados 80 cm. La temperatura es de 0°C. a) Encuentre la masa por unidad de longitud de esta cuerda b) La frecuencia fundamental de las oscilaciones transversales de la cuerda es de 200Hz. ¿Cuál es la tensión en la cuerda? c) Si la temperatura se eleva a 30°C, encuentre los valores resultantes de la tensión y de la frecuencia fundamental.

$$Y = 20 \times 10^{10} \text{ [Pa]}; \rho = 7.86 \times 10^3 \text{ [kg/m}^3\text{]}; \alpha = 11 \times 10^{-6} \text{ [(}^\circ\text{C)}^{-1}\text{]}$$

10.- Un cilindro está cerrado por un émbolo conectado a un resorte de constante 2000 N/m. Mientras el resorte está relajado, el cilindro está lleno con 5 L de gas a una presión de 1 atm y una temperatura de 20°C. a) Si el émbolo tiene un área de sección transversal de 0.010 m² y masa despreciable ¿Qué tan alto sube cuando la temperatura aumenta a 250°C? b) ¿Cuál es la presión del gas a 250°C?



Solución:

De la ley de los gases ideales:

$$\frac{P_i V_i}{T_i} = \frac{P_f V_f}{T_f}$$

La presión final sobre el gas será la presión inicial más la presión que ejerce el émbolo:

$$P_f = P_i + \frac{k h}{A}$$

El volumen final será:

$$V_f = V_i + A h$$

Reemplazando se obtiene:

$$\frac{P_i V_i T_f}{T_i} = \left(P_i + \frac{k h}{A} \right) (V_i + A h)$$

$$\frac{(1.013 \times 10^5)(5 \times 10^{-3})(523)}{293} = \left(1.013 \times 10^5 + \frac{2000 h}{0.010} \right) (5 \times 10^{-3} + 0.010 h)$$

$$\boxed{h = 0.169 \text{ [m]}}$$

Reemplazando el valor de h en la presión final

$$\boxed{P_f = 1.35 \times 10^5 \text{ [Pa]}}$$

11.- La masa de un globo aerostático y su cargamento (sin incluir el aire interior) es de 200kg. El aire exterior está a 10°C y 101 kPa. El volumen del globo es de 400 m³. ¿A qué temperatura debe calentarse el aire en el globo antes de que éste empiece a ascender? (La densidad del aire a 10°C es de 1.25kg/m³)