Facultad de
Ciencias Naturales y Matemáticas

Año:	2025	Periodo:	II PAO
Materia:	Ecuaciones Diferenciales y Álgebra Lineal	Profesores:	Jesús Aponte, Eduardo Rivadeneira, Colón Mario Célleri
Evaluación:	Tercera	Fecha:	9 de febrero de 2026

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ____, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que solo puedo un lápiz o esferográfico y borrador, que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen y que cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído debo apagarlo y depositarlo donde se me indique, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándome. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma: ______________________________ Número de matrícula: ____________________ Paralelo: __________

1. Un proceso químico de segundo orden implica la interacción (colisión) de una molécula de una sustancia P con una molécula de una sustancia Q para producir una molécula de una nueva sustancia Y; esto se denota por $P + Q \to Y$. Supóngase que p y q, con $p \neq q$, son las concentraciones iniciales de P y Q, respectivamente, y sea $y(t)$ la concentración de Y en el tiempo t. Entonces $p - y(t)$ y $q - y(t)$ son las concentraciones de P y Q en el tiempo t, respectivamente, y la velocidad a la que ocurre la reacción está dada por la ecuación
$$y' = k(p - y)(q - y),$$
donde k es una constante positiva.
   (a) (16 puntos) Si $y(0) = 0$, halle explícitamente $y(t)$, para todo t.
   (b) (4 puntos) ¿Qué ocurre con la concentración de Y cuando $t \to \infty$?

2. Se sabe que la función $y_1(t) = e^t$ es solución de la ecuación diferencial

$$(1-t)y'' + ty' - y = 0,\ 0 < t < 1.$$

   (a) (6 puntos) Halle otra solución y_2 linealmente independiente de y_1. *Sugerencia:* Es posible hallar tal solución por simple inspección.

   (b) (6 puntos) Calcule el wronskiano $W[y_1, y_2]$ de las funciones y_1 y y_2 de la parte (a).

   (c) (8 puntos) Use los resultados de las partes (a) y (b) para hallar la solución general de ecuación diferencial

$$(1-t)y'' + ty' - y = 2(t-1)^2 e^{-t},\ 0 < t < 1.$$

3. Sea $T\colon M_{2\times 2} \to M_{2\times 2}$ definida por

$$T(A) = AB - A^t,$$

donde

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(a) (6 puntos) Demuestre que T es una transformación lineal.

(b) (8 puntos) Encuentre una base para el núcleo de T.

(c) (6 puntos) Encuentre todas las matrices $A \in M_{2\times 2}$ que satisfacen

$$T(A) = -A.$$

4. (20 puntos) Resuelva el siguiente problema de valores iniciales:

$$\begin{aligned} {y_1}' &= y_1 + 3y_2, \quad y_1(0) = 1 \\ {y_2}' &= 4y_1 + 2y_2 \quad y_2(0) = -1. \end{aligned}$$

5. (20 puntos) Resuelva el siguiente problema de valor inicial:

$$y'' + 4y = \operatorname{sen} t + H(t-\pi)\operatorname{sen}(t-\pi), \quad y(0) = 0, \; y'(0) = 0.$$