ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

PROYECTO DE TITULACIÓN

PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:

“MAGÍSTER EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA”

TEMA:

“Aplicación del método Singapur en la enseñanza de números fraccionarios en aulas inclusivas para estudiantes de octavo grado”

AUTOR:

ALLISON HAILYS MORÁN ORTIZ

Guayaquil - Ecuador

2025

RESUMEN

La presente investigación de carácter exploratorio evaluó la efectividad del método Singapur para mejorar el aprendizaje de fracciones en estudiantes de octavo grado en aulas inclusivas. Se implementó un diseño cuantitativo con elementos cualitativos, utilizando un modelo de bloques completos aleatorizados con pretest y postest en una muestra de 32 estudiantes de una institución educativa del cantón Lomas de Sargentillo, Ecuador.

El estudio se fundamentó en el enfoque Concreto-Pictórico-Abstracto (CPA) del método Singapur, aplicando estrategias diferenciadas que incluían materiales manipulativos, representaciones visuales y actividades colaborativas adaptadas para atender la diversidad del aula. La intervención se desarrolló durante cuatro semanas, evaluando componentes específicos como multiplicación, división, operaciones combinadas y resolución de problemas con fracciones.

Los resultados evidenciaron mejoras estadísticamente significativas ($p = 0.0004575$) con un tamaño del efecto grande (d de Cohen = 1.626). La puntuación promedio incrementó de 0.55 a 3.31 puntos sobre 10, representando una mejora de 2.76 puntos. El análisis por componentes mostró efectividad consistente en todas las áreas evaluadas, siendo particularmente efectivo en resolución de problemas (mejora = 0.86 puntos, $p = 0.003$).

Las percepciones estudiantiles fueron altamente positivas ($M = 4.26/5.0$), destacando mejoras en motivación, comprensión conceptual y satisfacción con la metodología. El análisis diferencial confirmó que la efectividad fue consistente independientemente del género, nivel de conocimiento previo y presencia de necesidades educativas especiales, validando su aplicabilidad en contextos inclusivos.

Palabras clave: Método Singapur, fracciones, aulas inclusivas, enfoque Concreto-Pictórico-Abstracto

ABSTRACT

This study evaluated the effectiveness of the Singapore method in improving fraction learning among eighth-grade students in inclusive classrooms. A quantitative design with qualitative elements was implemented, using a randomized complete block model with pre- and post-tests on a sample of 32 students from an educational institution in the canton of Lomas de Sargentillo, Ecuador.

The study was based on the Concrete-Pictorial-Abstract (CPA) approach of the Singapore method, applying differentiated strategies that included manipulative materials, visual representations, and collaborative activities adapted to address classroom diversity. The intervention was carried out over four weeks, evaluating specific components such as multiplication, division, combined operations, and problem solving with fractions.

The results showed statistically significant improvements (p-value = 0.0004575) with a large effect size (Cohen's d = 1.626). The average score increased from 0.55 to 3.31 points out of 10, representing an improvement of 2.76 points. Component analysis showed consistent effectiveness in all areas evaluated, with particular effectiveness in problem solving (improvement = 0.86 points, p = 0.003).

Student perceptions were highly positive (M = 4.26/5.0), highlighting improvements in motivation, conceptual understanding, and satisfaction with the methodology. Differential analysis confirmed that effectiveness was consistent regardless of gender, prior knowledge level, and presence of special educational needs, validating its applicability in inclusive contexts.

Keywords: Singapore method, fractions, inclusive classrooms, Concrete-Pictorial-Abstract approach

DEDICATORIA

A mis padres, pilares fundamentales de mi vida, cuyo apoyo incondicional me ha permitido llegar hasta aquí. A mis queridas hermanas, por acompañarme con paciencia y cariño en todo este proceso. A mi sobrino, quien con su llegada iluminó mi camino y me enseñó que todo sucede por una razón, llenando mi vida de alegría. Esta maestría es una meta cumplida que comparto con ustedes.

AGRADECIMIENTO

Primero, quiero agradecer a Dios por permitirme culminar esta importante etapa de mi formación académica y por darme la fortaleza necesaria para superar cada desafío presentado.

A cada uno de los profesores que formaron parte de este proceso de académico, por compartir generosamente sus conocimientos, experiencias y consejos que fueron fundamentales para guiarme por este camino de aprendizaje. Su dedicación y profesionalismo han sido inspiración constante.

A mis padres, por confiar siempre en mí y brindarme su apoyo incondicional en cada proyecto que emprendo. Su amor, sacrificio y aliento han sido el motor que me impulsa a seguir creciendo profesionalmente.

A mis hermanas, por su compañía constante, su paciencia y por celebrar conmigo cada pequeño logro durante este proceso.

A mis compañeros de maestría, quienes de una u otra manera me apoyaron y ayudaron en este camino, compartiendo conocimientos, experiencias y momentos que enriquecieron mi formación académica y personal.

Finalmente, a todas las personas que de una u otra manera contribuyeron a hacer cumplir esta meta.

Declaración Expresa

Yo Allison Hailys Morán Ortiz acuerdo y reconozco que: La titularidad de los derechos patrimoniales de autor del proyecto de graduación corresponderá al autor, sin perjuicio de lo cual la ESPOL recibe en este acto una licencia gratuita de plazo indefinido para el uso no comercial y comercial de la obra con facultad de sublicenciar, incluyendo la autorización para su divulgación, así como para la creación y uso de obras derivadas. En el caso de usos comerciales se respetará el porcentaje de participación en beneficios que corresponda a favor del autor.

La titularidad total y exclusiva sobre los derechos patrimoniales de patente de invención, modelo de utilidad, diseño industrial, secreto industrial, secreto empresarial, derechos patrimoniales de autor sobre software o información no divulgada que corresponda o pueda corresponder respecto de cualquier investigación, desarrollo tecnológico o invención realizada por mí durante el desarrollo del proyecto de graduación, pertenecerán de forma total, exclusiva e indivisible a la ESPOL, sin perjuicio del porcentaje que me corresponda de los beneficios económicos que la ESPOL reciba por la explotación de mi innovación, de ser el caso.

En los casos donde la Oficina de Transferencia de Resultados de Investigación (OTRI) de la ESPOL comunique al autor que existe una innovación potencialmente patentable sobre los resultados del proyecto de graduación, no se realizará publicación o divulgación alguna, sin la autorización expresa y previa de la ESPOL.

Guayaquil, 27 de septiembre del 2025.

Allison Hailys Moran Ortiz

Time Stamping Security Data

Autor

EVALUADORES

Firmado electrónicamente por:
LISBETH NARCISA DAVILA SANTILLAN
Validar únicamente con FirmaEC

TUTOR

Firmado electrónicamente por:
SONNIA PAOLA REYES RAMOS
Validar únicamente con FirmaEC

EVALUADOR

Firmado electrónicamente por:
LUIS FERNANDO MEJIAS .
Validar únicamente con FirmaEC

PRESIDENTE

ABREVIATURAS O SIGLAS

OCDE	Cooperación y el Desarrollo Económico
PISA	Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes
SEST	Ser Estudiante
MINEDUC	Ministerio de Educación
NEE	Necesidades educativas especiales
UNESCO	United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization
INEVAL	Instituto Nacional de Evaluación Educativa
CPA	Concreto-Pictórico-Abstracto
TIMSS	Trends in International Mathematics and Science Study

TABLA DE CONTENIDO

LISTADO DE FIGURAS

LISTADO DE TABLAS

CAPÍTULO 1

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes

La matemática es considerada una de las disciplinas fundamentales, puesto que no solo aporta al razonamiento lógico, al pensamiento crítico y la abstracción, sino también favorece al desarrollo de la creatividad, la capacidad de comunicarse y la forma en que resuelven problemas, es decir, mejora las habilidades cognitivas, prácticas y sociales que son fundamentales para el éxito académico y profesional de los estudiantes (Salazar, 2022). El desarrollo de estas habilidades requiere que los docentes implementen metodologías innovadoras para mejorar la comprensión matemática.

En el Ecuador los niveles de aprendizaje en el área de las matemáticas son muy bajos en comparación a otros países, así lo mostró el informe de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) luego de obtener los resultados de la prueba del Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA), la cual mide los conocimientos y claves esenciales que han adquirido los estudiantes para la plena participación en la sociedad, la misma que fue realizada en el año 2017 a estudiantes que cursaban entre octavo de Educación General Básica y tercer año de bachillerato, donde se refleja que el Ecuador obtuvo resultados más bajos en el área de matemáticas al igual que los demás países que conforman esta organización (INEVAL & OCDE, 2018).

Esta situación se confirma con los resultados de la prueba Ser Estudiante (SEST) del ciclo 2022-2023, la cual evalúa los conocimientos y destrezas de acuerdo con el currículo vigente y los estándares emitidos por el Ministerio de Educación (MINEDUC) en diferentes asignaturas como Matemáticas, Lengua y Literatura, Ciencias Naturales y Sociales de los últimos grados de los diferentes subniveles educativos. Según estas evaluaciones los estudiantes de los subniveles elemental, media y superior muestran un bajo rendimiento en el aprendizaje de esta ciencia, cabe destacar que los estudiantes muestran un incremento con respecto al ciclo anterior pero no es suficiente para llegar al nivel mínimo de dominio disciplinar adecuado para desenvolverse en su nivel. Los resultados evidencian que los estudiantes poseen la noción de las destrezas de su nivel, pero no las dominan, lo cual implica que se necesita que sigan reforzando el aprendizaje (INEVAL, 2024).

Los niveles de aprendizaje en el campo de las matemáticas de acuerdo con los resultados de las pruebas nacionales e internacionales son inferiores a los estándares esperados. Esta situación revela una problemática marcada en el Ecuador y en algunos países de América Latina, que puede vincularse con la falta de implementación de nuevas metodologías para enseñar la matemática de una forma más efectiva (Tomalá & Carrera, 2023). Los resultados desfavorables en matemáticas evidenciados en las pruebas PISA y SEST reflejan dificultades persistentes en la enseñanza de conceptos fundamentales como las fracciones, lo que subraya la necesidad de explorar y adoptar metodologías innovadoras para mejorar el rendimiento y la comprensión de los estudiantes.

Para efectos de este estudio, es necesario definir al aula inclusiva como un entorno educativo donde se acoge y valora la diversidad de todos los estudiantes, independientemente de sus habilidades, necesidades o características individuales. Siguiendo a Ainscow y Booth (2002), la inclusión implica transformar la cultura, las políticas y las prácticas de las escuelas para que se adapten a la diversidad de los alumnos. En este contexto, la diversidad educativa abordada incluye:

- **Discapacidades de aprendizaje:** Dificultades específicas en la adquisición y uso de habilidades académicas como la lectura, escritura o cálculo (Fletcher, Morris, & Lyon, 2003).
- **Necesidades educativas especiales (NEE):** Requerimientos adicionales de apoyo educativo que pueden surgir por diversas razones, incluyendo discapacidades, altas capacidades o dificultades de aprendizaje (UNESCO, 2009).

- **Diversidad cultural y lingüística:** Diferencias en el origen étnico, idioma materno y experiencias culturales de los estudiantes (Banks & Banks, 2019).

Frente a esta problemática educativa nacional y la necesidad de atender la diversidad en las aulas, el presente estudio propone aplicar el método Singapur en un entorno inclusivo para mejorar el aprendizaje de fracciones en estudiantes de octavo grado.

1.2 Descripción del problema

1.2.1 Bajo rendimiento en el aprendizaje de fracciones

El bajo nivel de aprendizaje que presentan los estudiantes en el área de matemáticas alcanza el 41.4% según los resultados de INEVAL para el año 2022-2023. Esta problemática se evidencia particularmente en el aprendizaje de fracciones, un concepto matemático fundamental cuyo dominio es esencial para el éxito en álgebra y otros campos matemáticos (Castro, Montoya, Torres, & Isaac., 2024). La comprensión deficiente de las operaciones básicas con números fraccionarios limita la formación ciudadana, dado que estos conocimientos son aplicables en circunstancias de la vida cotidiana (Vargas, Vega, & Morales, 2020).

En el contexto ecuatoriano, un estudio realizado por Bedón et al. (2021) en instituciones públicas de Latacunga reveló que la enseñanza convencional de las fracciones genera dificultades significativas en los estudiantes, lo que conduce a una aversión hacia las matemáticas y se refleja en un bajo rendimiento en evaluaciones relacionadas con este tema. Los docentes atribuyen estas dificultades a la escasa o nula utilización de materiales manipulables en el aula, lo que impide una comprensión adecuada de las fracciones como partes de un todo.

Además, la investigación realizada por Cárdenas Solano y Sari Albarracín (2017) en la Unidad Educativa 'San Francisco' indica que la mayoría de los estudiantes no identifican correctamente el concepto de fracción, su utilidad y las diferentes interpretaciones que lo componen, lo que evidencia una comprensión limitada de las fracciones y sus aplicaciones prácticas.

1.2.2 Ineficacia de los métodos tradicionales de enseñanza

Los métodos tradicionales de enseñanza han mostrado limitaciones significativas para abordar el aprendizaje de fracciones. El estudio de Antuash (2018) realizado en una escuela de Cuenca demostró que tan solo el 15% de los estudiantes alcanzan los aprendizajes requeridos en matemáticas, atribuyendo esta situación a la crisis en la educación matemática que se manifiesta en la dificultad para aplicar los conocimientos en situaciones reales y en la falta de motivación de los estudiantes. Este autor enfatiza la necesidad de transformar las prácticas pedagógicas tradicionales para fomentar un aprendizaje más significativo y relevante.

Los errores más comunes observados en los estudiantes incluyen dificultades para entender las fracciones como representaciones de partes de un todo, problemas en la comparación y representación de fracciones, y la incapacidad para identificar cuándo una fracción es mayor o menor que otra. Estos obstáculos desencadenan dificultades posteriores en la identificación de denominadores en operaciones de suma y resta, así como en el procedimiento correcto para multiplicar fracciones.

1.2.3 Necesidad de estrategias adaptadas para aulas inclusivas

La diversidad presente en las aulas inclusivas amplifica los desafíos en la enseñanza de fracciones. Como señalan Sutachan y Herrera (2014), esta desconexión se ve agravada en aulas inclusivas donde hay una diversidad de estilos de aprendizaje y necesidades educativas especiales (NEE). En América Latina, específicamente en el contexto colombiano, investigaciones como las de Vera y Ruiz (2022) han documentado la necesidad de implementar estrategias diferenciadas que respondan a las particularidades de cada estudiante en entornos inclusivos, observando que las metodologías tradicionales no logran atender efectivamente la diversidad de capacidades y ritmos de aprendizaje presentes en estas aulas.

El poder identificar estos errores en el aprendizaje que son evidentes en los estudiantes con y sin discapacidades ayuda a que los docentes puedan buscar nuevas metodologías para apoyar de una mejor manera a todos los estudiantes en un aula inclusiva (Ikhwanudin, Prabawanto, & Wahyudin, 2017). La falta de diversidad en las estrategias de enseñanza también se ha señalado como un factor crítico, ya que en muchas ocasiones los docentes utilizan métodos que no consideran las particularidades de cada estudiante, resultando en una enseñanza poco efectiva (Dorantes & Ojeda, 2022).

Desde esta perspectiva, el método Singapur se presenta como una alternativa prometedora, ya que su enfoque estructurado y progresivo facilita la comprensión de fracciones a través de modelos visuales y manipulativos. Su capacidad para ofrecer una educación diferenciada y adaptable puede brindar soluciones útiles para satisfacer esta diversidad, permitiendo que los docentes modifiquen las tácticas pedagógicas para respaldar a todos los alumnos y promover la inclusión y un aprendizaje eficaz.

1.3 Justificación

Ante la evidente crisis de aprendizaje en matemáticas que presenta el Ecuador, donde solamente el 58.6% de los estudiantes alcanza niveles satisfactorios en matemáticas según INEVAL (2024), mejorar la enseñanza en aulas diversas es un tema fundamental. El dominio de fracciones influye directamente en el desempeño de áreas más avanzadas como el álgebra, sin embargo, los métodos tradicionales no han resultado efectivos para garantizar un aprendizaje profundo y significativo, especialmente en entornos inclusivos. En este contexto, la implementación del método Singapur representa una alternativa viable que permite adaptar estrategias de enseñanza a las diversas necesidades del aula y, a su vez, promueve la equidad educativa.

El método Singapur se basa en el enfoque Concreto-Pictórico-Abstracto (CPA), facilitando la transición del pensamiento concreto al abstracto en los estudiantes. Este enfoque ha demostrado ser altamente efectivo en el aprendizaje de fracciones, permitiendo visualizar y manipular los conceptos matemáticos antes de formalizarlos simbólicamente. La evidencia empírica respalda su efectividad: Beckmann (2015) documentó mejoras significativas en el rendimiento matemático, mientras que Iglesias Gutiérrez (2022) encontró que la aplicación del método Singapur junto con la resolución de problemas mejoró significativamente la comprensión de las fracciones en estudiantes de educación primaria, con un incremento promedio del 23% en las calificaciones de los estudiantes participantes.

En contextos similares al ecuatoriano, investigaciones como la de Morocho y Quintana (2023) demostraron que estudiantes de escuela primaria que utilizaron el método Singapur obtuvieron mejores resultados en evaluaciones de fracciones comparados con grupos control ($p < 0.05$), evidenciando su potencial para mejorar el rendimiento académico en población latinoamericana. Además, estudios sobre estrategias inclusivas en matemáticas, como los presentados por Villegas Bravo (2025), subrayan la importancia de adaptar la enseñanza a las necesidades individuales de los estudiantes en aulas inclusivas, lo cual se alinea con los principios adaptativos del método Singapur.

La investigación aportará evidencia empírica sobre la aplicabilidad del método en el contexto ecuatoriano, sirviendo como base para su implementación en niveles educativos posteriores. Del mismo modo, permitirá analizar su impacto en la motivación y participación de los estudiantes, aspectos fundamentales para garantizar un aprendizaje progresivo y significativo a lo largo de su formación académica.

El valor institucional y pedagógico de este estudio para la comunidad docente radica en proporcionar una herramienta metodológica validada científicamente que puede ser adoptada y adaptada por educadores para mejorar la enseñanza de matemáticas en contextos inclusivos, contribuyendo así al fortalecimiento del sistema educativo nacional y al cumplimiento de los objetivos de calidad educativa establecidos en la normativa ecuatoriana.

1.4 Objetivos

Objetivo general:

Desarrollar una estrategia didáctica inclusiva fundamentada en el método Singapur para mejora de la enseñanza de fracciones en estudiantes de octavo grado considerando el diagnóstico inicial, el uso de recursos didácticos adaptados y la evaluación del rendimiento académico y la percepción de los involucrados.

Objetivos específicos:

- Determinar el nivel de conocimiento previo de los estudiantes sobre fracciones y sus operaciones básicas mediante una evaluación diagnóstica en aulas inclusivas.
- Aplicar el método Singapur, adaptando sus estrategias visuales y manipulativas, para mejora de la comprensión de conceptos y operaciones con números fraccionarios en estudiantes de octavo grado en aulas inclusivas, midiendo la frecuencia y calidad de la participación de los estudiantes en actividades prácticas.
- Analizar la contribución del método Singapur a un aprendizaje significativo de fracciones en aulas inclusivas, a través del seguimiento del progreso académico y la evaluación de experiencias de aprendizaje desde la perspectiva de los participantes.

1.5 Hipótesis

La implementación del método Singapur mejorará significativamente la comprensión y resolución de operaciones con fracciones en estudiantes de octavo grado en aulas inclusivas.

1.6 Alcance

Este estudio se llevará a cabo en una institución educativa del cantón Lomas de Sargentillo, específicamente en un aula de octavo grado. Para ello, la implementación del método Singapur en la enseñanza de fracciones se desarrollará durante un periodo de entre 2 y 4 semanas, tiempo en el cual se evaluará su impacto en el aprendizaje de los estudiantes.

El presente documento se estructura de la siguiente manera: en primer lugar, se expone el marco teórico que fundamenta la investigación, abordando los principios del método Singapur, las características de las aulas inclusivas y los enfoques pedagógicos para la enseñanza de fracciones. A continuación, se presenta la metodología de investigación, detallando el diseño del estudio, la población participante, los instrumentos de recolección de datos y los procedimientos de implementación del método Singapur en el aula. Posteriormente, se desarrolla la propuesta didáctica con las actividades específicas adaptadas para estudiantes de octavo grado en contextos inclusivos. Finalmente, se presentan los resultados esperados, el análisis de los hallazgos y las conclusiones que contribuirán al avance del conocimiento en la enseñanza de matemáticas inclusivas.

CAPÍTULO 2

2. MARCO TEÓRICO

2.1 Dificultades en el aprendizaje de fracciones en aulas inclusivas

El aprendizaje de fracciones representa uno de los desafíos más significativos en la educación matemática, especialmente en contextos inclusivos donde convergen estudiantes con diversas capacidades y necesidades. Por lo cual es necesario indagar la importancia fundamental de los números fraccionarios en el desarrollo del pensamiento matemático, las dificultades recurrentes que enfrentan los estudiantes al abordar estos conceptos, y los retos particulares que surgen al enseñar fracciones en aulas inclusivas. Comprender estos aspectos es esencial para desarrollar estrategias efectivas que permitan a todos los estudiantes acceder a una educación matemática de calidad.

2.1.1 Importancia de los números fraccionarios

Los números fraccionarios constituyen uno de los conceptos matemáticos más complejos y fundamentales en la educación primaria y secundaria. Su comprensión trasciende la mera aplicación procedimental para convertirse en un pilar del desarrollo del pensamiento matemático avanzado. Las fracciones son bien conocidas por constituir un obstáculo para los niños de escuela primaria, lo que subraya la necesidad crítica de implementar enfoques pedagógicos efectivos.

Ante esta complejidad en el aprendizaje de fracciones, es importante conocer los marcos teóricos que ayudan a entender cómo los estudiantes desarrollan estos conceptos matemáticos. La investigación educativa ha desarrollado varios modelos que explican los procesos cognitivos en el aprendizaje de números fraccionarios, ofreciendo bases sólidas para diseñar estrategias de enseñanza más efectivas.

El Modelo de Kieren (1976) constituye uno de los fundamentos teóricos más sólidos en este campo, ya que identifica el concepto parte-todo como central para comprender las fracciones y para la construcción de otros subconceptos. Este modelo teórico establece una jerarquía conceptual que permite a los estudiantes desarrollar una comprensión progresiva de los números racionales, pues propone que la comprensión de fracciones se desarrolla a través de diferentes niveles de abstracción, comenzando con representaciones concretas y avanzando hacia conceptualizaciones más abstractas (Kieren, 1976). Esta progresión es especialmente relevante en aulas inclusivas, donde los estudiantes pueden requerir diferentes niveles de soporte para transitar entre estas etapas.

Complementariamente, la Teoría de Behr, Lesh y Post (1983) amplía esta comprensión al proponer que las fracciones deben ser enseñadas a través de múltiples representaciones interconectadas. Estos autores establecen que la comprensión profunda de las fracciones emerge cuando los estudiantes pueden transitar fluidamente entre diferentes sistemas de representación: concreto, pictórico, verbal y simbólico. Esta perspectiva teórica enfatiza que las representaciones múltiples no solo facilitan la comprensión, sino que constituyen la esencia misma del pensamiento matemático avanzado (Behr, Lesh, Post, & Silver, 1983).

En esta línea teórica, Lesh (1979) desarrolla su teoría de representaciones múltiples, estableciendo que el aprendizaje matemático efectivo ocurre cuando los estudiantes pueden traducir conceptos entre diferentes modos de representación. Para las fracciones, esto implica la capacidad de moverse entre manipulativos físicos, diagramas, lenguaje verbal, símbolos matemáticos y situaciones del mundo real. Esta teoría proporciona un marco conceptual que justifica la importancia de utilizar variedad de recursos didácticos en la enseñanza de fracciones (Lesh, 1979).

Sin embargo, algunas investigaciones también advierten que las representaciones múltiples pueden fallar en mejorar el aprendizaje si no se usan de la manera "correcta". Esta teoría es fundamental para el diseño de intervenciones inclusivas, ya que permite ofrecer múltiples vías de acceso al conocimiento matemático. Sin embargo, algunas investigaciones también advierten que las representaciones múltiples pueden fallar en mejorar el aprendizaje si no se usan de la manera "correcta". Esta teoría es fundamental para el diseño de intervenciones inclusivas, ya que permite ofrecer múltiples vías de acceso al conocimiento matemático.

Como expresa Tadeu (2024) las fracciones son un aspecto fundamental en el área de las matemáticas y comprender este tema es crucial para desarrollar habilidades matemáticas avanzadas que servirán en cursos posteriores. Son relevantes tanto en contextos matemáticos como en situaciones cotidianas y el entender esta doble relevancia ayuda a los estudiantes a distinguir las aplicaciones prácticas de las fracciones. Tadeu exterioriza la importancia de la enseñanza efectiva de estos conceptos para potenciar la motivación y el compromiso en el aprendizaje.

Según Bouck et al. (2023), una comprensión sólida de las fracciones es crucial para el desarrollo matemático general de los estudiantes, ya que sienta las bases para conceptos matemáticos más complejos, como las proporciones y el álgebra. La enseñanza de fracciones brinda a los estudiantes habilidades prácticas aplicables a la vida real, lo cual fomenta el pensamiento crítico y las habilidades de resolución de problemas. Los estudiantes aprenden a analizar problemas, hacer comparaciones y aplicar diferentes estrategias para encontrar soluciones.

2.1.2 Dificultades comunes en el aprendizaje de fracciones

A pesar de su importancia, el aprendizaje de fracciones presenta numerosas dificultades para los estudiantes. Bouck et al. (2023) mencionan las dificultades significativas que enfrentan todos los estudiantes, incluidos aquellos con discapacidades de aprendizaje en matemáticas, para comprender fracciones. Estas dificultades pueden presentarse debido a la falta de conexión entre el tema y sus aplicaciones en situaciones de la vida real, lo que lleva a una falta de motivación e interés por aprender sobre este tema, pues los estudiantes no ven una aplicación práctica, lo cual obstaculiza su capacidad para progresar en matemáticas.

Para una comprensión más profunda de estas dificultades, es necesario especificar los tipos de errores conceptuales comunes que los estudiantes manifiestan al trabajar con fracciones. Según la investigación de Ni y Zhou (2005), los errores más frecuentes incluyen: errores de comparación de fracciones, donde los estudiantes comparan numeradores y denominadores de forma independiente (por ejemplo, considerando que 1/4 > 1/3 porque 4 > 3); errores en operaciones, particularmente en la suma de fracciones donde aplican algoritmos incorrectos (como sumar numeradores y denominadores directamente: 1/2 + 1/3 = 2/5); errores de equivalencia, donde no comprenden que fracciones diferentes pueden representar la misma cantidad; y errores de representación, manifestándose en la incapacidad de conectar la representación simbólica con modelos visuales o situaciones concretas.

Adicionalmente, Charalambous y Pitta-Pantazi (2007) identifican errores específicos relacionados con la naturaleza dual de las fracciones, donde los estudiantes tienen dificultad para comprender que una fracción es tanto un número único como una relación entre dos cantidades. Estos errores conceptuales revelan la complejidad inherente del sistema de números racionales y la necesidad de enfoques pedagógicos que aborden sistemáticamente estos errores.

Estos patrones de errores demuestran que las dificultades en el aprendizaje de fracciones no son casuales, sino que reflejan problemas sistemáticos en los enfoques pedagógicos tradicionales. Como resultado, surge la necesidad de implementar metodologías que aborden específicamente estas limitaciones conceptuales.

La metodología tradicional de enseñanza no siempre puede abordar de manera adecuada las diversas necesidades de los alumnos, generando confusión y frustración. La falta de estrategias de instrucción variadas puede limitar la capacidad de los estudiantes para comprender y retener completamente los conceptos de fracciones (Bouck, Bouck, & Anderson, 2023).

Lozada et al. (2023) proponen que la enseñanza de fracciones debe trascender el aprendizaje mecánico. Es primordial que los estudiantes comprendan el concepto y se apropien de su relevancia mediante la aplicación de diferentes métodos o estrategias que permitan el aprendizaje a través de la contextualización de las actividades, como la utilización de materiales manipulativos y actividades prácticas.

.

2.1.3 Desafíos en aulas inclusivas

La educación inclusiva se refiere a la integración de todos los estudiantes, incluidos aquellos con discapacidad y necesidades especiales, en las aulas convencionales. Este enfoque es esencial para fomentar un ambiente de aprendizaje equitativo donde cada estudiante pueda prosperar.

Según Alfonzo y Chichik (2023), la educación inclusiva es una filosofía y práctica orientada a asegurar que todos los estudiantes, independientemente de sus capacidades o discapacidades, tengan acceso a una educación de calidad en un ambiente de apoyo. También enfatizan la importancia de implementar la Ley de Educación Inclusiva, que exige a las instituciones educativas convencionales adoptar estrategias de inclusión para estudiantes con discapacidad y utilizar materiales que respondan a las necesidades de todos los alumnos.

En este contexto, es crucial profundizar en las adaptaciones específicas para diferentes tipos de discapacidad en la enseñanza de fracciones. Para estudiantes con discapacidad visual, las adaptaciones incluyen el uso de materiales táctiles como fracciones en relieve, ábacos adaptados y software de lectura de pantalla con capacidades matemáticas. Las fracciones pueden representarse mediante texturas diferenciadas o sonidos distintivos para cada denominador (Osterhaus, 2016).

Para estudiantes con discapacidad auditiva, las adaptaciones requieren mayor énfasis en representaciones visuales, uso de lenguaje de señas matemático especializado, y tecnología asistida como aplicaciones visuales interactivas. Es fundamental que los docentes dominen la terminología de fracciones en lenguaje de señas y utilicen esquemas visuales claros para explicar conceptos abstractos (Tacchi & Peake, s.f.).

Los estudiantes con discapacidad intelectual necesitan adaptaciones que incluyan la descomposición de conceptos complejos en pasos más pequeños, uso extensivo de materiales concretos, repetición sistemática y conexiones explícitas con experiencias cotidianas. Las fracciones deben introducirse a través de situaciones familiares como partir alimentos o dividir objetos conocidos (Colorado & Mendoza, 2021).

Para estudiantes con trastorno del espectro autista, las adaptaciones incluyen rutinas estructuradas, uso de apoyos visuales como horarios pictográficos, reducción de estímulos sensoriales distractores, y presentación de información de manera secuencial y predecible. Los conceptos de fracciones pueden enseñarse a través de sistemas organizados y patrones claros que aprovechan las fortalezas en pensamiento sistemático característico de estos estudiantes (Rodríguez & Sánchez, 2025).

La implementación efectiva de estas adaptaciones requiere que los docentes comprendan no solo las características específicas de cada discapacidad, sino también cómo estas se manifiestan en el contexto particular del aprendizaje matemático.

Pulido et al. (2021) mencionan que en el contexto matemático, el aprendizaje para alumnos con necesidades especiales muestra varios desafíos, pues muchos estudiantes luchan por captar conceptos matemáticos, especialmente aquellos con discapacidades o de entornos vulnerables. Esta dificultad se ve agravada cuando los docentes no tienen la formación necesaria y no cuentan con los recursos adecuados para apoyar a estos estudiantes de manera efectiva.

Dorantes y Ojeda (2022) argumentan que la educación inclusiva ha comenzado a ser un objetivo prioritario para muchos sistemas educativos, lo que implica la necesidad de desarrollar estrategias que faciliten la comprensión de conceptos matemáticos complejos como las fracciones. Las matemáticas suelen percibirse como una de las disciplinas más difíciles para los estudiantes, en parte debido a los métodos de enseñanza tradicionales, que no contemplan las distintas formas de aprendizaje y procesamiento de información.

Las dificultades en el aprendizaje de fracciones representan un desafío significativo en la educación matemática, particularmente en entornos inclusivos. La comprensión de estos conceptos es fundamental para el desarrollo matemático de los estudiantes, pero requiere de enfoques que trasciendan la memorización y mecanización. Los retos que enfrentan los estudiantes con diversas necesidades educativas demandan una transformación en las prácticas pedagógicas tradicionales. Para abordar efectivamente estas dificultades, es necesario desarrollar estrategias que consideren la diversidad del aula, contextualicen el aprendizaje y proporcionen múltiples vías de acceso al conocimiento matemático. Solo así se podrá garantizar que todos los estudiantes, independientemente de sus capacidades, puedan desarrollar una comprensión sólida de los números fraccionarios.

2.2 Aprendizaje de matemáticas en las aulas inclusivas

La implementación de estrategias inclusivas en la enseñanza de fracciones constituye un pilar fundamental para garantizar que todos los estudiantes, independientemente de sus capacidades o necesidades educativas, puedan acceder y beneficiarse del aprendizaje matemático. En esta sección se explora diversas aproximaciones pedagógicas que favorecen un entorno educativo inclusivo, abordando tanto las estrategias diferenciadas que responden a la diversidad del aula como las adaptaciones curriculares necesarias para atender necesidades específicas. Estos enfoques buscan transformar la enseñanza tradicional de las fracciones en una experiencia accesible, significativa y enriquecedora para todos los estudiantes.

2.2.1 Estrategias diferenciadas en aulas inclusivas

Tupiño et al. (2023) se refieren a la educación inclusiva como la práctica de educar a estudiantes con necesidades diversas, incluyendo aquellos con discapacidades y dificultades de aprendizaje, junto a sus compañeros en las aulas convencionales. Este enfoque promueve la igualdad de oportunidades para que todos los estudiantes aprendan y participen en el proceso educativo, a través de la diferenciación. En consecuencia, esto implica ajustar los métodos de enseñanza, recursos y evaluaciones para compensar las diversas necesidades que pueden presentar los estudiantes, incluyendo modificar el contenido, los procesos y los productos en función de la preparación, los intereses y los perfiles de aprendizaje.

Partiendo de esta conceptualización general, para la enseñanza específica de fracciones en contextos inclusivos, es esencial especificar herramientas concretas de diferenciación. En primer lugar, entre las herramientas más efectivas se encuentran los manipulativos diferenciados como bloques de fracciones de diferentes tamaños y texturas, círculos fraccionarios magnéticos, y barras de fracciones táctiles que permiten a estudiantes con diferentes estilos de aprendizaje explorar conceptos de manera kinestésica (Doctrina Qualitas, 2025).

Complementariamente, las aplicaciones tecnológicas adaptativas constituyen otra herramienta fundamental, incluyendo software como "Fraction Bars Virtual", "Pizza Fractions" y aplicaciones de realidad aumentada que permiten visualizar fracciones en entornos tridimensionales. Estas herramientas pueden ajustar automáticamente el nivel de dificultad según el progreso individual del estudiante (Caizaguano, Jijón, & Ortiz, 2025).

Asimismo, los organizadores gráficos específicos para fracciones incluyen diagramas de Venn para comparar fracciones, mapas conceptuales que muestran las relaciones entre diferentes representaciones fraccionarias, y líneas de tiempo fraccionarias que ayudan a estudiantes con dificultades de organización a estructurar su pensamiento matemático (Graduated Program , 2025).

Por último, las estrategias de agrupamiento flexible permiten que los estudiantes trabajen en grupos heterogéneos donde pueden aprender unos de otros, alternando con momentos de trabajo en grupos homogéneos por nivel de comprensión para abordar necesidades específicas sin estigmatizar a ningún estudiante (Vaughn, Tejero, Watson, & Elbaum, 2001).

En esta misma línea de análisis, Alfonzo y Chichik (2023) destacan las diversas estrategias metodológicas inclusivas que pueden aplicarse en las clases de matemáticas. Estas están diseñadas para atender las diversas necesidades de los estudiantes, particularmente de aquellos con discapacidad psicosocial. De manera específica, el enfoque está en aplicar métodos de enseñanza flexibles y colaborativos que promuevan y fomenten la participación y el compromiso de todos los estudiantes, incluyendo aquellos con discapacidad, en las aulas regulares, donde se valore la diversidad y cuyo objetivo sea brindar igualdad de oportunidades de aprendizaje.

Reforzando esta perspectiva, Dorantes y Ojeda (2022) señalan que las estrategias de educación inclusiva tienen como objetivo hacer que las matemáticas sean más accesibles y atractivas para todos los alumnos. Estas estrategias deben estar diseñadas para mejorar la comprensión y el compromiso entre los estudiantes. Por ejemplo, el uso de aprendizaje colaborativo, instrucción diferenciada y actividades prácticas puede ayudar a satisfacer las diversas necesidades de los estudiantes.

2.2.2 Adaptaciones curriculares

Las adaptaciones didácticas facilitan la visualización y comprensión de las fracciones, asegurando que todos los estudiantes, independientemente de sus habilidades o estilos de aprendizaje, participen activamente en el proceso pedagógico (Lozada, Botello, & Salinas, 2023). En este contexto, la implementación de métodos lúdicos y contextualizados es esencial para fomentar un aprendizaje significativo.

Dentro de este marco de trabajo, es fundamental desarrollar tipos específicos de adaptaciones curriculares para la enseñanza de fracciones. En primera instancia, las adaptaciones de acceso incluyen la modificación de materiales didácticos mediante el uso de letra grande, contraste alto, y representaciones táctiles para estudiantes con discapacidad visual; sistemas de comunicación aumentativa para estudiantes con dificultades de comunicación; y tecnología asistida como calculadoras parlantes y software de reconocimiento de voz (Equipo Editorial eLearning, 2024).

Paralelamente, las adaptaciones de contenido implican la simplificación de conceptos complejos mediante la introducción gradual de denominadores (comenzando con mitades, tercios, cuartos antes de avanzar a fracciones más complejas); la reducción del número de conceptos enseñados simultáneamente; y la provisión de ejemplos adicionales con situaciones familiares para el estudiante (UNIR, 2023).

Por otra parte, las adaptaciones de metodología incluyen la extensión del tiempo de instrucción; el uso de instrucción multisensorial que incorpora elementos visuales, auditivos y kinestésicos simultáneamente; la implementación de estrategias de repetición espaciada; y la utilización de técnicas de modelado donde el docente demuestra explícitamente los procesos de pensamiento matemático (MAGRID, 2024).

Para completar este panorama, las adaptaciones de evaluación comprenden la modificación de formatos de examen (oral vs. escrito); la provisión de tiempo adicional; el uso de rúbricas simplificadas; y la implementación de evaluación continua mediante portafolios que documentan el progreso gradual del estudiante en lugar de depender únicamente de exámenes tradicionales (MINEDUC, 2024).

Corroborando la importancia de estas adaptaciones, Pulido et al. (2021) enfatizan la necesidad de programas diferenciados que puedan ayudar a los estudiantes con dificultades a superar barreras y tener éxito académicamente. Esto cobra especial relevancia considerando que los estudiantes pueden enfrentar desafíos adicionales debido a factores como raza, nivel socioeconómico y bienestar emocional. Estas vulnerabilidades pueden dificultar su capacidad de involucrarse con el plan de estudios, particularmente en materias como matemáticas, que a menudo requieren habilidades cognitivas específicas.

No obstante, si bien la educación inclusiva presenta numerosos beneficios, también enfrenta desafíos como la necesidad de capacitación docente, recursos y apoyo institucional. Por consiguiente, abordar estos desafíos es crucial para la implementación exitosa de prácticas inclusivas en la educación matemática. Bajo esta perspectiva, Dorantes y Ojeda (2022) sugieren que la investigación continua sobre estrategias de enseñanza inclusiva es esencial. Esto incluye explorar nuevas metodologías y adaptar las existentes para atender mejor a la diversa población estudiantil en las aulas de matemáticas.

2.3 Método Singapur y su aplicación en aulas inclusivas

El Método Singapur ha emergido como una de las estrategias pedagógicas más prometedoras en la enseñanza de las matemáticas a nivel mundial, destacándose por su enfoque sistemático y visual que facilita la comprensión de conceptos complejos. El Método Singapur ofrece herramientas valiosas para superar las dificultades tradicionales en el aprendizaje de fracciones, proporcionando un marco estructurado que permite a todos los estudiantes, independientemente de sus capacidades, desarrollar una comprensión profunda y duradera de estos conceptos matemáticos.

2.3.1 Fundamentos del Método Singapur

El aprendizaje de las matemáticas es fundamental en la educación dado que no solo proporciona conceptos y herramientas para resolver problemas, sino que también fomenta el desarrollo de habilidades cognitivas esenciales como el razonamiento lógico, el pensamiento crítico y la capacidad de análisis. Sin embargo, el aprendizaje de las matemáticas enfrenta desafíos que requieren estrategias innovadoras y estructuradas que pueden facilitar este proceso. Lo que ha llevado a la necesidad de estrategias efectivas como el método Singapur que promueve la comprensión profunda de conceptos matemáticos a través de un enfoque centrado en el estudiante (Gutiérrez, 2022).

Para comprender completamente el Método Singapur, es esencial profundizar en sus fundamentos psicológicos. En primer lugar, este método se basa sólidamente en la Teoría Cognitiva del Procesamiento de la Información de Sweller (1988), que establece que el aprendizaje efectivo ocurre cuando se minimiza la carga cognitiva extrínseca y se maximiza la carga cognitiva germánica. Consecuentemente, el enfoque CPA del Método Singapur aplica este principio al presentar conceptos matemáticos de manera secuencial, reduciendo la complejidad cognitiva en cada etapa.

Complementariamente, el método se fundamenta en la Teoría del Desarrollo Cognitivo de Piaget, particularmente en la progresión desde el pensamiento concreto hacia el operacional formal. De esta manera, el enfoque CPA refleja esta progresión natural del desarrollo, comenzando con manipulaciones concretas que corresponden al período preoperacional, avanzando hacia representaciones pictóricas que facilitan el pensamiento operacional concreto, y culminando en abstracciones simbólicas propias del pensamiento operacional formal (Piaget, 1941).

Asimismo, la Teoría de la Mediación de Vygotsky también constituye un fundamento crucial, especialmente su concepto de Zona de Desarrollo Próximo. En este sentido, el Método Singapur utiliza el modelado explícito y la instrucción guiada para apoyar a los estudiantes en esta zona, proporcionando el andamiaje necesario para que puedan realizar tareas matemáticas complejas con apoyo antes de hacerlo de manera independiente (Vygotsky, 1978).

Finalmente, el método incorpora principios de la Teoría del Aprendizaje Significativo de Ausubel, que enfatiza la importancia de conectar nuevos conocimientos con la estructura cognitiva existente del estudiante. Por tanto, las representaciones visuales y los contextos familiares utilizados en el Método Singapur facilitan estas conexiones significativas (Ausubel, 1937).

Dentro de este marco teórico, Linares (2020) plantea que el método Singapur es un enfoque estructurado que combina experiencias concretas, representaciones visuales y razonamiento abstracto, y a la vez fomenta la conciencia metacognitiva y el aprendizaje intuitivo. De manera específica, la aplicación de este método implica el uso de componentes claves que faciliten una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos, como el enfoque Concreto-Pictorial-Abstracto (CPA), el plan de estudios espiral, la comprensión relacional, la metacognición y el aprendizaje intuitivo.

Profundizando en el componente central, el enfoque CPA no solo estructura el aprendizaje, sino que también aborda los problemas de abstracción que suelen dificultar la comprensión de conceptos matemáticos en niveles educativos básicos. Este enfoque comprende tres etapas de aprendizaje: la primera consiste en el escenario concreto, donde los estudiantes utilizan objetos físicos para explorar y comprender conceptos matemáticos; posteriormente, pasan a la escala pictórica, donde se dibuja e interpreta la información utilizando modelos gráficos, lo cual ayuda a visualizar relaciones y resolver problemas; finalmente, la etapa abstracta implica la representación de lo comprendido a través de símbolos y signos matemáticos (Linares, 2020).

2.3.2 Beneficios generales en la enseñanza de fracciones

Establecidos los fundamentos teóricos, Morocho y Quintana (2023) destacan que el método Singapur es especialmente eficaz en el aprendizaje de fracciones, un tema donde los estudiantes suelen tener dificultades significativas, debido a su capacidad para simplificar relaciones matemáticas complejas a través del uso de modelos visuales, como el modelo CPA y de barras, promoviendo una comprensión gradual y efectiva.

Para una evaluación integral de la efectividad del Método Singapur, es importante comparar con otras metodologías utilizadas en la enseñanza de fracciones. En contraste con el método tradicional algorítmico, que se enfoca principalmente en la memorización de procedimientos, el Método Singapur desarrolla comprensión conceptual antes de introducir algoritmos. Mientras que el método tradicional puede producir respuestas correctas a corto plazo, frecuentemente genera errores conceptuales como sumar numeradores y denominadores directamente (Post, Wachsmuth, Lesh, & Behr, 1985).

Comparado con el enfoque manipulativo puro propuesto por Montessori, el Método Singapur ofrece una transición más estructurada hacia la abstracción. Aunque los materiales Montessori son excelentes para la comprensión inicial, algunos estudiantes luchan por conectar estas experiencias concretas con representaciones simbólicas. En este sentido, el enfoque CPA del Método Singapur proporciona el puente pictórico necesario para esta transición (Kamii & Clark, 1995).

En relación con las metodologías basadas en tecnología como los entornos virtuales de aprendizaje, el Método Singapur mantiene ventajas en términos de desarrollo de habilidades de visualización espacial y manipulación física, aunque puede beneficiarse de la integración tecnológica para estudiantes con necesidades especiales (Clements & Sarama, 2007).

Por otro lado, la comparación con métodos culturalmente situados como el enfoque etnomatemático revela que el Método Singapur, aunque menos contextualizado culturalmente, ofrece mayor transferibilidad entre contextos diversos, lo cual es especialmente valioso en aulas multiculturales (D’Ambrosio, 2006).

Cabe destacar que los estudios comparativos internacionales (TIMSS, PISA) consistentemente muestran que estudiantes expuestos al Método Singapur superan a aquellos educados con métodos tradicionales en medidas de comprensión conceptual, resolución de problemas y retención a largo plazo de conocimientos fraccionarios (Mullis, Martin, Foy, Kelly, & Fishbein, 2020).

En síntesis, el impacto del enfoque CPA se refleja en diversos beneficios educativos, entre los que destacan la mejora de las habilidades para resolver problemas, una comprensión conceptual profunda, una mejor transferencia de conocimientos y el desarrollo de habilidades metacognitivas, lo que contribuye a una experiencia de aprendizaje más efectiva y enriquecedora en matemáticas (Linares, 2020).

2.3.3 Adaptaciones para estudiantes con necesidades especiales

Mahoney (2011) señala que el método Singapur, también conocido como "dibujo de modelos" o "modelado de barras", es una estrategia visual que ayuda a los estudiantes a representar problemas matemáticos utilizando barras o dibujos de modelos. Esta técnica no solo facilita la resolución de problemas, sino que también ofrece un enfoque accesible para estudiantes con dificultades en habilidades abstractas, ayudándolos a visualizar y descomponer problemas complejos en partes más manejables.

Para aplicar el modelo de barras en aulas inclusivas, Prades (2022) sugiere implementar diversas actividades que fomenten la comprensión y la práctica:

- **Resolución de Problemas Contextualizados:** Presentar problemas que reflejen situaciones cotidianas, como calcular el número de frutas en una cesta o comparar precios de productos. Los estudiantes dibujan las barras correspondientes para resolver el problema.
- **Juegos de Comparación:** Utilizar juegos donde los estudiantes deban comparar diferentes cantidades representadas por barras, promoviendo así la discusión sobre cómo se relacionan estas cantidades.
- **Talleres de Creación de Problemas:** Invitar a los estudiantes a crear sus propios problemas y representarlos con barras. Esto fomenta la creatividad y la comprensión profunda del modelo.
- **Ejercicios Colaborativos:** Formar grupos donde los estudiantes trabajen juntos para resolver problemas utilizando el modelo. Esto promueve el aprendizaje colaborativo y el intercambio de ideas.

Estas actividades permiten que los estudiantes mejoren la comprensión de conceptos y promuevan habilidades de resolución de problemas de forma intuitiva, a través de la representación visual de los problemas, haciendo que los conceptos abstractos sean más concretos (Prades, 2022).
En contextos inclusivos, la resolución de problemas contextualizados y los ejercicios colaborativos son particularmente apropiados para su aplicación. Los problemas contextualizados son fundamentales para conectar las matemáticas con la vida diaria de los estudiantes, fomentando el interés y la relevancia del aprendizaje. El aprendizaje colaborativo es esencial para promover un ambiente inclusivo donde todos los estudiantes puedan participar activamente (Prades, 2022).

Para implementar efectivamente el método Singapur en aulas inclusivas, es esencial que los docentes reciban formación adecuada y tengan acceso a recursos didácticos variados. Como señalan Morocho y Quintana (2023), la eficacia del método tiende a depender significativamente del docente y del uso de materiales y ayudas visuales. Por lo tanto, es fundamental que los docentes incorporen nuevas estrategias y recursos didácticos que involucren a los estudiantes de manera efectiva para mejorar su proceso de aprendizaje.

La flexibilidad del Método Singapur permite su adaptación para atender a la diversidad en el aula, incluyendo a estudiantes con necesidades educativas especiales. Una de las principales características de este método es su enfoque en la manipulación de objetos concretos y la representación visual de conceptos abstractos, lo cual facilita la comprensión en estudiantes que requieren apoyos adicionales (Sánchez Hernández, Cristóbal Imacaña, & Vera Pisco, 2024).

Por ejemplo, un estudio de caso realizado por Molina Conesa (2019) analizó la adquisición de la competencia matemática en alumnos con dificultades de aprendizaje que siguieron el Método Singapur en un centro de Bachillerato Internacional en Minnesota, Estados Unidos. Los resultados indicaron que la implementación de este método proporcionó a los estudiantes las habilidades necesarias para ser competentes matemáticamente, destacando la importancia de adaptar las estrategias a las necesidades individuales de los alumnos.

Otro estudio realizado por Sánchez Hernández et al. (2024) evaluó la aplicación del Método Singapur en la enseñanza de la estadística a estudiantes de educación básica superior en la Unidad Educativa "José Pedro Varela". Los resultados revelaron que los estudiantes que recibieron instrucción bajo este método alcanzaron un nivel de comprensión estadística significativamente superior al grupo de control, evidenciando la eficacia de este enfoque en el desarrollo de habilidades como la resolución de problemas, el pensamiento crítico y el trabajo colaborativo.

Además, la investigación titulada "Resolviendo necesidades de aprendizaje matemático con el Método Singapur: Una solución inclusiva" destaca que la intervención con un alumno que presenta necesidades educativas especiales utilizando esta metodología alternativa hizo más accesibles las matemáticas a partir de situaciones adaptadas a su proceso de aprendizaje. La aplicación de la metodología permitió a los estudiantes pasar de una fase manipuladora a una fase de dibujo, y gradualmente alcanzar un nivel abstracto, incrementando positivamente el aprendizaje de las matemáticas (Vera & Ruiz, 2022).

La evidencia sugiere que el Método Singapur, con sus adaptaciones, puede ser una herramienta efectiva para mejorar la comprensión matemática en estudiantes con dificultades de aprendizaje. Su enfoque en la manipulación concreta, la representación pictórica y la progresión hacia la abstracción facilita la adquisición de competencias matemáticas en una población diversa. La implementación de este método en contextos inclusivos promueve una educación equitativa y de calidad, atendiendo a las necesidades individuales de cada estudiante y potenciando sus habilidades matemáticas.

2.3.4 Modelado de Barras como herramienta educativa para la enseñanza de fracciones

Dentro del marco del método Singapur, el modelado de barras es una herramienta fundamental para enseñar fracciones. Este enfoque permite a los estudiantes representar visualmente las relaciones entre diferentes fracciones y facilita operaciones como la suma y resta.

Baysal y Sevinç (2021) destacan el modelo de barras de Singapur como una herramienta valiosa en la educación matemática, particularmente para ayudar a los estudiantes a superar desafíos en la comprensión y resolución de problemas verbales de álgebra. Los resultados positivos indican que este método puede ser un componente clave para mejorar el dominio matemático entre los estudiantes.

Farizan (2013) menciona que el modelo de barras posee un enfoque estructurado de varios pasos, entre los que menciona entender el problema, representar visualmente, planificar estrategias de resolución de problemas, ejecutar las estrategias y verificar las soluciones. Este enfoque estructurado no solo ayuda en la comprensión, sino que también promueve el pensamiento crítico y el razonamiento lógico.

Spencer y Fielding (2014) explican que el modelo de barras de Singapur implica visualizar problemas verbales dividiéndolos en partes manejables. Los pasos que mencionan incluyen la comprensión del problema, la identificación de información clave, dibujar el modelo de barras, etiquetar las barras, configurar la ecuación, resolver el problema, interpretar la respuesta y reflexionar sobre el proceso.

En la tabla 1 se detalla cada uno de estos pasos.

Tabla 2.1 Pasos para aplicar el modelo de barras del método Singapur

Pasos	Descripción	Importancia
Comprensión del Problema	Leer la palabra problema. Identificar lo que se solicita y la información relevante que se proporciona.	Establece una base sólida para el proceso de solución.
Identificación de la información clave	Resaltar o subrayar números y palabras clave importantes en el problema.	Permite un enfoque de los elementos críticos que se

		representarán en el modelo de barras.
Dibujar el modelo de barras	Crear una representación visual utilizando barras para representar las cantidades involucradas en el problema. Cada barra representa una cantidad diferente, la longitud indica el tamaño de estas cantidades.	Permite visualizar claramente las relaciones entre los números.
Etiquetar las barras	Etiquetar claramente cada barra con los valores o variables correspondientes.	Facilita el seguimiento de la lógica del problema
Configuración de la Ecuación	Con base en la representación visual, se formula una ecuación que refleje las relaciones mostradas en el modelo de barras.	Conecta el modelo visual con operaciones matemáticas.
Resolver el problema	Utilizar la ecuación derivada del modelo de barras para calcular la respuesta.	Realiza los cálculos necesarios para encontrar la solución al problema de la palabra.
Interpretación de la respuesta	Interpretar la respuesta en el contexto del problema original	Refuerza la comprensión y asegura que la solución tenga sentido en relación con la pregunta planteada.
Reflexionar sobre el Proceso	Reflexionar sobre la efectividad del modelo de barras para ayudarles a entender el problema	Conduce a estrategias mejoradas para problemas futuros.

Nota: Esta tabla muestra los pasos para aplicar con su respectiva descripción e importancia.

CAPÍTULO 3

3. METODOLOGÍA

3.1 Diseño de la Investigación

La presente investigación adopta un enfoque cuantitativo con elementos cualitativos, implementando un diseño de bloques completos aleatorizados con pretest y postest. Esta metodología se seleccionó debido a que permite evaluar el impacto de la intervención educativa mediante el Método Singapur en el aprendizaje de fracciones, comparando los resultados obtenidos antes y después de la implementación de la estrategia pedagógica, mientras se controla la variabilidad dentro del mismo paralelo de estudiantes.

El diseño de bloques completos resulta particularmente apropiado para el contexto educativo, ya que permite trabajar con grupos intactos de estudiantes considerando las diferencias individuales como variables de bloque, lo que mejora la precisión estadística del análisis (Montgomery, 2019). Los bloques se configurarán según el nivel de conocimiento previo de los estudiantes y el docente a cargo, variables que pueden influir significativamente en los resultados del aprendizaje.

3.2 Enfoque Metodológico

El estudio se enmarca dentro del paradigma positivista con elementos del paradigma interpretativo (Creswell & Clark, 2017). El componente positivista se evidencia en la medición cuantitativa de los resultados de aprendizaje mediante pruebas estandarizadas y el análisis estadístico de los datos. Por otra parte, el elemento interpretativo se incorpora a través de las observaciones de aula y las encuestas de percepción, que permiten comprender las experiencias subjetivas de estudiantes y docentes durante el proceso de implementación del Método Singapur (Tashakkori & Teddlie, 2010).

La elección de este diseño metodológico se fundamenta en varios aspectos clave. En primer lugar, el diseño de bloques completos aleatorizados debido a que permite evaluar el impacto de la implementación del Método Singapur y las mejoras en el aprendizaje de fracciones, manteniendo un nivel adecuado de control metodológico (Hernández, Fernández, & Baptista, 2014). En segundo lugar, la combinación de medidas cuantitativas y cualitativas proporciona una comprensión más integral del fenómeno estudiado, permitiendo no solo medir el impacto, sino también comprender los mecanismos a través de los cuales se produce el cambio.

Adicionalmente, este enfoque mixto resulta especialmente valioso en investigación educativa, donde los procesos de aprendizaje involucran aspectos tanto cognitivos como afectivos que requieren diferentes estrategias de medición y análisis (Johnson & Onwuegbuzie, 2004).

3.3 Población y Muestra

La población objetivo de este estudio está constituida por estudiantes de educación básica que se encuentran en el proceso de aprendizaje de fracciones, específicamente aquellos que cursan los grados donde este contenido matemático forma parte del currículo oficial.

La muestra está conformada por 32 estudiantes de octavo grado de una institución, ubicada en el cantón Lomas de Sargentillo. La selección de la muestra se realizó mediante un muestreo no probabilístico por conveniencia, considerando la accesibilidad y disponibilidad de los participantes (Otzen & Manterola, 2017).

Los criterios de selección incluyen:

- Estudiantes matriculados regularmente en el grado correspondiente
- Estudiantes que no hayan recibido instrucción previa formal sobre fracciones mediante el Método Singapur
- Estudiantes que demuestren asistencia regular a clases (mínimo 80% de asistencia)

El estudio se desarrolla en el cantón Lomas de Sargentillo, provincia del Guayas, Ecuador, en el contexto de una institución educativa privada que atiende a estudiantes de nivel socioeconómico medio, alto. Esta ubicación geográfica es representativa de ser una de las instituciones que brinda educación de calidad a de los diferentes cantones aledaños.

3.4 Instrumentos de Recolección de Datos

3.4.1 Pruebas Diagnósticas

Se utilizarán pruebas estandarizadas diseñadas específicamente para evaluar la comprensión de fracciones, basadas en los instrumentos validados por Siegler et al. (2013) y adaptadas por Reys et al. (2014). Estas pruebas incluyen ítems que miden diferentes aspectos del conocimiento fraccionario, tales como:

- Operaciones básicas con fracciones
- Resolución de problemas aplicados con fracciones

3.4.2 Encuestas de Percepción

Se aplicarán encuestas estructuradas a estudiantes para recopilar información sobre sus percepciones y experiencias. Los instrumentos se desarrollarán siguiendo las recomendaciones de Babbie (2015) para el diseño de encuestas en investigación social, incorporando escalas tipo Likert de cinco puntos para garantizar la precisión en las respuestas.

La encuesta tomará en cuenta los siguientes puntos:

- Percepción sobre la dificultad del aprendizaje de fracciones
- Evaluación de los materiales manipulativos utilizados
- Satisfacción con las actividades implementadas

3.4.3 Lista de Cotejo de Observación

Se implementará una lista de cotejo de observación estructurada diseñada específicamente para documentar la implementación del Método Singapur en el aprendizaje de fracciones. Esta herramienta de observación sistemática se fundamenta en los principios de la observación educativa estructurada propuestos por Flick (2015).

La lista de cotejo está compuesta por seis criterios de evaluación específicos que abordan los aspectos fundamentales del aprendizaje de fracciones mediante el

Método Singapur. Cada criterio será evaluado utilizando una escala de tres niveles: "Sí", "Parcialmente" y "No", lo que permite capturar matices en el desempeño estudiantil y proporciona información más detallada sobre el progreso del aprendizaje.

Tabla 3.1 Estructura de la Lista de Cotejo

Criterio	Sí	Parcialmente	No
Utiliza materiales concretos para representar fracciones	☐	☐	☐
Aplica correctamente el modelo de barras en la resolución de ejercicios	☐	☐	☐
Explica su razonamiento con claridad en el trabajo colaborativo	☐	☐	☐
Resuelve operaciones combinadas con precisión	☐	☐	☐
Participa activamente en la clase y en los grupos	☐	☐	☐
Relaciona situaciones de la vida real con fracciones	☐	☐	☐

Nota: Los criterios de evaluación se evaluarán de la siguiente manera- “Sí”, cuando el estudiante demuestra competencia completa en el criterio observado, ejecutando la tarea o habilidad de manera consistente y autónoma. “Parcialmente”, cuando muestra evidencia del criterio, pero requiere apoyo ocasional o su desempeño es inconsistente. Y “No” cuando no demuestra evidencia del criterio observado o requiere apoyo significativo para ejecutar la tarea.

3.4.4 Validación de Instrumentos

La validación local incluyó: validación de contenido y validación de credibilidad.

La validación de contenido se realizó siguiendo los criterios metodológicos establecidos por Lawshe (1975) y las recomendaciones actualizadas de Ayre y Scally (2017) para la evaluación sistemática de instrumentos educativos. El proceso involucró un panel de tres expertos seleccionados mediante criterios específicos de elegibilidad que garantizaran su competencia en el área de estudio y que se mencionan a continuación:

- **Formación académica:** Título de posgrado (maestría o doctorado) en Educación, Educación Matemática o áreas afines.
- **Experiencia profesional:** Mínimo cinco años de experiencia en docencia de matemáticas o investigación educativa.
- **Independencia:** No vinculación directa con la investigación para garantizar objetividad en la evaluación.

Cada experto evaluó independientemente todos los ítems utilizando una escala de valoración de 4 puntos la cual se detalla en la tabla 3.2.

Tabla 3.2 Escala de valoración

Criterio	Escala	Descripción
Pertinencia	1-4	¿El ítem es relevante para medir el constructo?
Claridad	1-4	¿El ítem está redactado de forma clara y comprensible?
Suficiencia	1-4	¿Los ítems son suficientes para medir la dimensión?
Coherencia	1-4	¿El ítem tiene relación lógica con la dimensión?

Nota: La escala de evaluación es la siguiente: “4 = Muy adecuado” si el ítem es esencial y está claramente relacionado con el constructo, “3 = Relevante” cuando el ítem es útil pero no esencial, “2 = Poco adecuado” cuando el ítem tiene alguna relación con el constructo pero no es necesario y “1 = Inadecuado” si el ítem no tiene relación clara con el constructo.

El panel de expertos en educación matemática evaluó pertinencia, claridad y relevancia de cada ítem mediante la escala previamente establecida, obteniendo IVC = 0.83.

Para la validación de credibilidad se realizó una prueba piloto con 15 estudiantes de características similares para determinar confiabilidad, registrando α = 0.83 que indica consistencia interna adecuada según criterios de George y Mallery (2019).

Los resultados del proceso de validación confirman que ambos instrumentos poseen:

1. **Validez de contenido robusta:** IVC > 0.80 en todos los casos, superando el criterio mínimo de 0.78 establecido por Polit y Beck (2006).
2. **Confiabilidad adecuada:** Valores de Alfa de Cronbach > 0.77, considerados aceptables para investigación educativa según criterios internacionales.
3. **Pertinencia contextual:** Los ajustes realizados por recomendaciones de expertos aseguran la adecuación cultural y lingüística para el contexto ecuatoriano.

Esta validación rigurosa fortalece significativamente la calidad metodológica de la investigación y proporciona evidencia sólida sobre la capacidad de los instrumentos para medir adecuadamente los constructos de interés en el contexto específico del estudio.

3.5 Variables del Estudio

3.5.1 Variables Dependientes

- **Comprensión de fracciones:** Medida a través de pruebas estandarizadas que evalúan conceptos fundamentales, representaciones y operaciones básicas
- **Rendimiento académico:** Evaluado mediante las calificaciones obtenidas en las pruebas diagnósticas pre y post intervención
- **Motivación hacia las matemáticas:** Medida a través de escalas tipo Likert en las encuestas de percepción que evalúan actitud, interés y autoeficacia matemática

3.5.2 Variables Independientes

- **Edad:** Variable demográfica que será registrada y analizada como factor potencial en el aprendizaje
- **Género:** Variable categórica que se considerará en el análisis para identificar posibles diferencias en el rendimiento
- **Diversidad de necesidades educativas:** Clasificación de estudiantes según sus necesidades educativas especiales (NEE) o características particulares de aprendizaje
- **Metodología de enseñanza:** Variable experimental principal que corresponde a la implementación del Método Singapur

3.5.3 Variables de Bloque

- **Profesor:** Se considerará el docente a cargo como variable de bloque para controlar posibles efectos del instructor
- **Nivel de conocimiento previo:** Determinado mediante la prueba diagnóstica inicial, utilizándose para formar bloques homogéneos que reduzcan la variabilidad intragrupal.

3.5.4 Variables Demográficas

Se implementará un cuestionario demográfico para recopilar información sobre las variables independientes identificadas:

- **Información personal:** Edad y género de los participantes
- **Características educativas:** Identificación de estudiantes con necesidades educativas especiales y tipo de apoyo requerido

- **Antecedentes académicos:** Rendimiento previo en matemáticas y experiencias con metodologías alternativas

Esta información permitirá realizar análisis estratificados y evaluar la efectividad del Método Singapur en diferentes subgrupos de la población estudiantil, contribuyendo a una comprensión más profunda de su aplicabilidad en contextos inclusivos.

3.6 Descripción de la Intervención Educativa

3.6.1 Fundamentos del Método Singapur

La implementación del Método Singapur se fundamentará en el enfoque Concreto-Pictorial-Abstracto (CPA) desarrollado originalmente por Bruner (1966) y refinado posteriormente por investigadores singapurenses (Kaur, 2015). Esta metodología integra el uso de materiales manipulativos y recursos tecnológicos, incluyendo softwares educativos y aplicaciones interactivas, que facilitan la visualización y comprensión de las fracciones según lo establecido por el Ministerio de Educación de Singapur (2013).

3.7 Fases del Proceso de Investigación

3.7.1 Fase 1: Diagnóstico Inicial

En esta fase inicial, se aplicará una prueba diagnóstica con el objetivo de evaluar el nivel de conocimiento previo de los estudiantes sobre fracciones. A partir de esta evaluación, se recopilarán datos detallados sobre las dificultades específicas que enfrentan los estudiantes, los cuales serán analizados minuciosamente para diseñar una estrategia de intervención adecuada y personalizada.

Las actividades específicas de esta fase incluyen:

- Aplicación del pretest a todos los participantes
- Análisis estadístico descriptivo de los resultados
- Identificación de áreas de mayor dificultad
- Diseño de la secuencia didáctica personalizada

3.7.2 Fase 2: Implementación de la Intervención

Durante esta fase central, se implementará el método Singapur mediante el desarrollo de actividades que incluyan materiales manipulativos, representaciones gráficas y ejercicios abstractos. Simultáneamente, se fomentará el aprendizaje colaborativo y el uso sistemático de tecnología educativa.
Las actividades específicas comprenden:

- Sesiones de aprendizaje siguiendo la secuencia CPA
- Implementación de trabajo colaborativo entre estudiantes
- Realización de observaciones estructuradas de clase
- Documentación del progreso individual y grupal

3.7.3 Fase 3: Evaluación y Análisis de Resultados

En la fase final, se aplicará un postest para medir la efectividad del método implementado. Los resultados obtenidos serán sometidos a análisis estadístico mediante una prueba t de Student, con el propósito de determinar si se han producido mejoras estadísticamente significativas en la comprensión de fracciones. Complementariamente, se aplicarán las encuestas de percepción a estudiantes para evaluar sus valoraciones sobre la utilidad y efectividad del método Singapur desde una perspectiva cualitativa.

3.8 Técnicas de Análisis de Datos

3.8.1 Análisis Cuantitativo

Los datos cuantitativos serán analizados mediante las siguientes técnicas estadísticas, utilizando software especializado:

- Estadística descriptiva: Cálculo de medidas de tendencia central y dispersión para caracterizar el desempeño antes y después de la intervención, estratificado por las variables independientes identificadas (Field, 2018).
- Prueba t de Student para muestras relacionadas: Para determinar la significancia estadística de las diferencias entre pretest y postest, considerando un nivel de significancia $\alpha = 0.05$. Esta prueba permitirá evaluar si existen diferencias significativas en la comprensión de fracciones después de la intervención (Cohen, Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences, 1988).

- Análisis de varianza (ANOVA) de bloques: Para evaluar el efecto de las variables de bloque (profesor y conocimiento previo) en la efectividad del método, controlando la variabilidad asociada a estas características.
- Análisis descriptivo de encuestas**:** Para evaluar la percepción de estudiantes sobre el método, analizando indicadores como facilidad de aprendizaje, motivación y utilidad percibida mediante estadísticos descriptivos y distribuciones de frecuencia.
- Cálculo del tamaño del efecto: Mediante la d de Cohen para cuantificar la magnitud práctica del cambio observado en cada una de las variables dependientes (Cohen, 1992).

3.8.2 Análisis Cualitativo

Los datos cualitativos serán procesados mediante técnicas de análisis cualitativo establecidas:

- Análisis cualitativo de respuestas abiertas: Se aplicará análisis de contenido inductivo para identificar temas emergentes relacionados con los beneficios y desafíos del Método Singapur, siguiendo el modelo de codificación temática de Braun y Clarke (2008).
- Categorización temática de observaciones de clase: Se analizarán los patrones de participación, interacción y desempeño de los estudiantes durante la aplicación del método mediante codificación axial, identificando categorías centrales que expliquen los fenómenos observados.
- Análisis de contenido: Se examinarán sistemáticamente los registros de observación y encuestas para identificar patrones significativos sobre la efectividad del Método Singapur en aulas inclusivas, utilizando matrices de análisis que permitan la comparación entre diferentes fuentes de datos.
- Triangulación de datos: Combinando información de observaciones, encuestas y pruebas para garantizar la validez de los hallazgos y proporcionar una comprensión integral del fenómeno estudiado.

3.9 Consideraciones Éticas

La investigación se desarrollará respetando los principios éticos fundamentales establecidos y las pautas éticas para investigación en educación:

- Confidencialidad: Los datos serán tratados de manera anónima y confidencial, cumpliendo con las normativas de protección de datos.
- Beneficencia: La intervención está diseñada para beneficiar el aprendizaje de todos los participantes
- No maleficencia: Se evitará cualquier práctica que pueda perjudicar a los estudiantes
- Derecho a retiro: Los participantes podrán abandonar el estudio en cualquier momento sin penalización alguna

3.10 Limitaciones del Estudio

Es importante reconocer las limitaciones inherentes al diseño metodológico adoptado:

- El diseño pretest-postest con bloques aleatorizados permitió evaluar los efectos dentro del mismo grupo. Sin embargo, la ausencia de un grupo control o comparación con otro método pedagógico impide establecer relaciones causales definitivas entre la intervención y las mejoras observadas. Los hallazgos se interpretan como evidencia preliminar y de carácter exploratorio.
- La implementación del método Singapur en un periodo breve de cuatro semanas limita la posibilidad de evaluar la retención del aprendizaje a mediano o largo plazo.
- Los resultados pueden estar influenciados por variables contextuales específicas de la institución.
- La muestra de 32 estudiantes se seleccionó por conveniencia, aunque apropiada para estudios exploratorios, restringen la generalización de los resultados a poblaciones más amplias.
- Los instrumentos validados internacionalmente y adaptados al contexto proporcionan medidas confiables del constructo estudiado.

En conjunto, estas limitaciones no invalidan los resultados, pero obligan a interpretarlos con cautela. Asimismo, orientan líneas de investigación futura que incluyan muestras más amplias, grupos de control y análisis estadísticos de mayor complejidad para fortalecer la validez externa de los hallazgos.

CAPÍTULO 4

4. RESULTADOS

El presente capítulo expone los resultados obtenidos a partir de la implementación del Método Singapur en el aprendizaje de fracciones con estudiantes de octavo grado. Los hallazgos se presentan siguiendo la secuencia metodológica establecida en el capítulo anterior, organizando el análisis desde la caracterización de la muestra hasta la evaluación integral del impacto de la intervención educativa.

Los datos fueron procesados mediante análisis estadístico descriptivo e inferencial, incluyendo análisis de varianza por bloques (ANOVA), análisis diferencial por subgrupos y cálculo de tamaños del efecto. Esta estructura permite una comprensión integral del fenómeno estudiado, abordando tanto los aspectos cuantitativos del rendimiento académico como las dimensiones cualitativas de la experiencia educativa.

4.1 Caracterización de la Muestra

4.1.1 Composición Demográfica

La muestra final estuvo conformada por 32 estudiantes de octavo grado de una institución educativa particular, ubicada en el cantón Lomas de Sargentillo, provincia del Guayas. La distribución demográfica detallada de los participantes se presenta en la Tabla 4.1, donde se observa que la edad promedio de los participantes fue de 12.2 años, con un rango etario entre 11 y 13 años, lo que indica una composición homogénea en términos de desarrollo cognitivo.

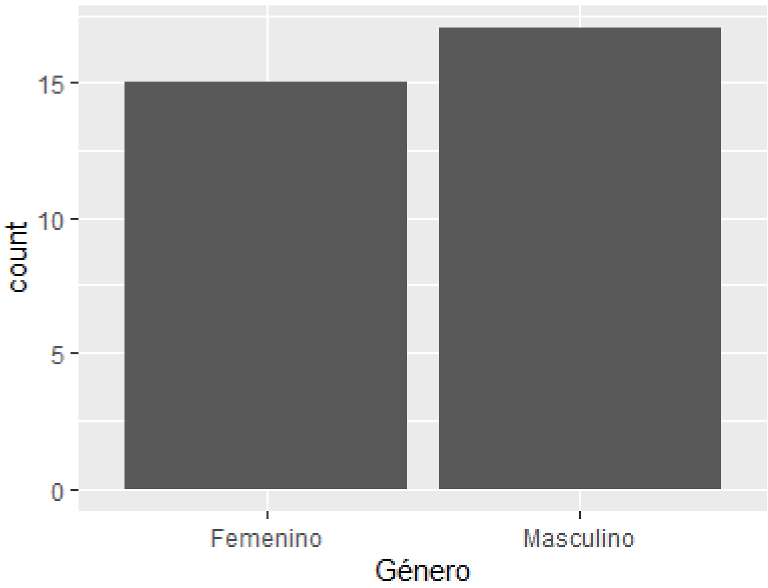
Tabla 4.1 Edad de los Estudiantes

Edad	Número de Estudiantes	Porcentaje
11	2	6.25%
12	23	71.88%
13	7	21.88%

Nota: Aquí se presenta la distribución detallada de la muestra por edad

En términos de distribución por género, la configuración de la muestra se visualiza claramente en la Figura 4.1, mostrando 15 estudiantes de género femenino (46.9%) y 17 estudiantes de género masculino (53.1%), Esta distribución resulta apropiada para realizar análisis comparativos diferenciados por esta variable demográfica.

Figura 1 Distribución por Género



4.1.2 Características Educativas Especiales

Respecto a las necesidades educativas especiales (NEE), la Tabla 4.2 proporciona un desglose detallado de las NEE, donde se identificaron 1 estudiante con requerimientos específicos de apoyo académico (3.1**%** de la muestra total), mientras que 31 estudiantes (96.9%) no presentaron necesidades educativas particulares. Esta composición diversa permite evaluar la efectividad del Método Singapur en un contexto educativo inclusivo, aspecto fundamental para la validez externa de los hallazgos.

Tabla 4.2 Características Educativas Especiales

NEE	Número de Estudiantes	Porcentaje
Discalculia	1	3.1%
Ninguna	31	96.9%

Nota: Los datos siguientes detallan la clasificación de estudiantes según sus requerimientos de apoyo académico.

4.1.3 Rendimiento Académico Previo y Variables de Bloque

El análisis del rendimiento previo en matemáticas se aprecia en la Tabla 4.3, donde se reveló una puntuación promedio de 9.39 puntos con una desviación estándar de 0.57.

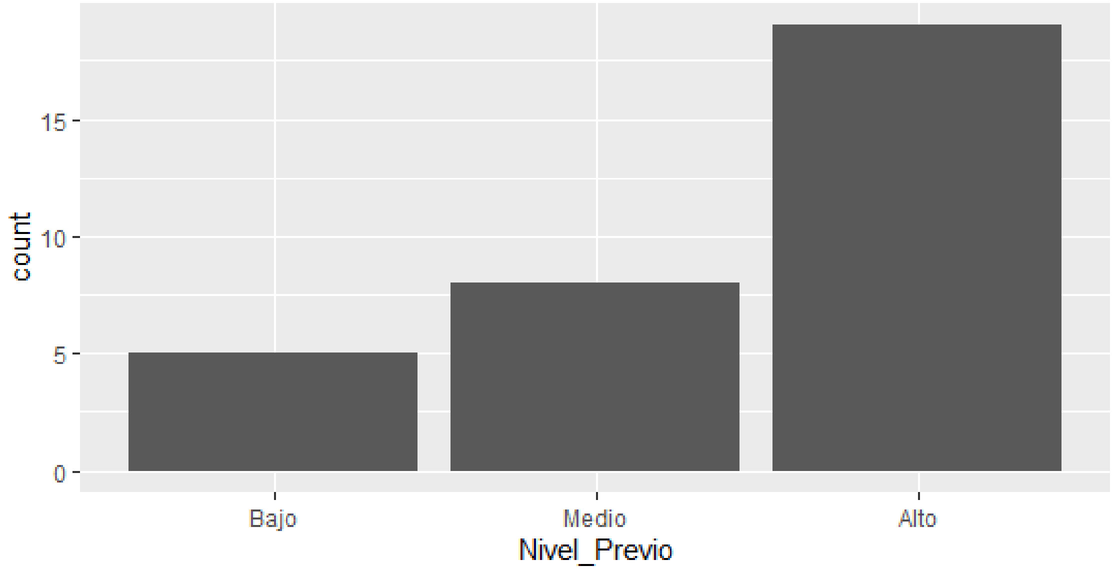
Tabla 4.3 Estadísticos Descriptivos

Estadísticos	Pretest
Media	9,39
Desviación Estándar	0,57
Mediana	9,62
Media Truncada	9,45
Desviación Absoluta Media	0,5
Mínimo	8,05
Máximo	10
Rango	1,95
Asimetría	-0,73
Curtosis	-0,70
Error estándar	0,10

Nota: La tabla continuación presenta las medidas de tendencia central y dispersión del rendimiento académico inicial

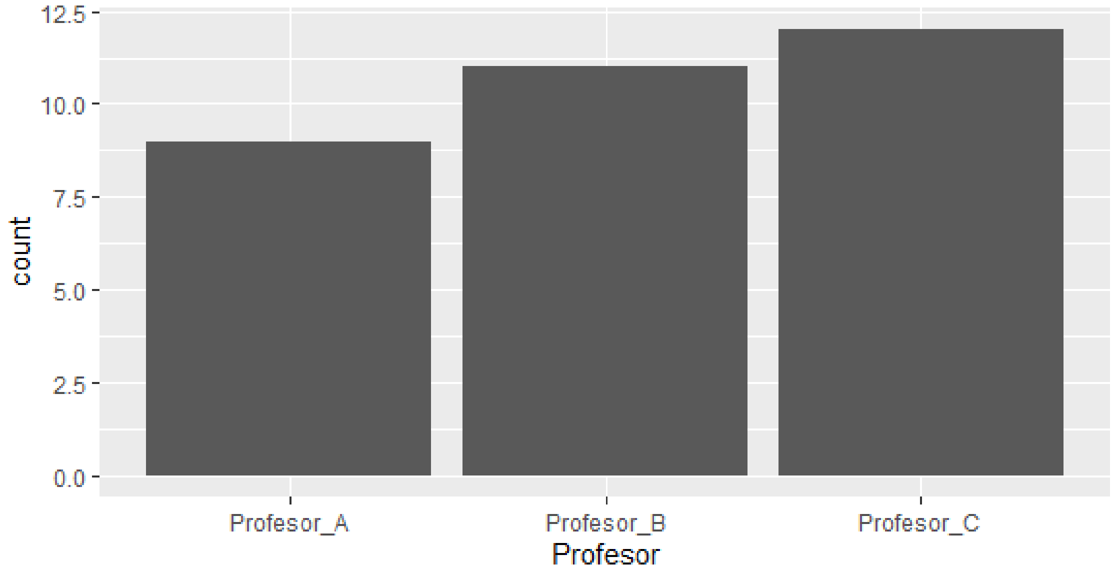
Para efectos del análisis de varianza por bloques, los estudiantes fueron clasificados en tres niveles de conocimiento previo, esta clasificación se representa en el Gráfico 4.2, evidenciando lo siguiente: Bajo (5 estudiantes), Medio (8 estudiantes) y Alto (19 estudiantes).

Figura 2 Distribución por Nivel de Conocimiento Previo



La distribución por profesor se muestra en la Figura 4.3 con la siguiente configuración: Profesor A (9 estudiantes), Profesor B (11 estudiantes) y Profesor C (12 estudiantes). Esta variable de bloque permite controlar la variabilidad asociada al efecto del docente en los resultados de aprendizaje.

Figura 3 Distribución por profesor



4.2 Análisis por Componentes del Aprendizaje de Fracciones

4.2.1 Multiplicación

El componente de multiplicación de fracciones evidenció una mejora promedio de 0.48 puntos, incrementando desde 0.36 puntos en el pre-test hasta 0.86 puntos en el post-test. El análisis estadístico mediante la prueba t de Student para muestras pareadas indica una diferencia estadísticamente significativa ($\alpha = 0.05$).

4.2.2 División

En el componente de división de fracciones, se observó una mejora promedio de 0.73 puntos, con un incremento desde 0.06 puntos en el pre-test hasta 0.79 puntos en el post-test. La significancia estadística de esta mejora confirma la efectividad del método en este dominio específico del aprendizaje fraccionario.

4.2.3 Operaciones Combinadas Fracciones

Las operaciones combinadas presentaron una mejora promedio de 0.69 puntos, incrementando desde 0.07 puntos iniciales hasta 0.76 puntos finales. El análisis estadístico demuestra una mejora estadísticamente significativa en este componente de mayor complejidad cognitiva.

4.2.4 Problemas

El componente de resolución de problemas evidenció una mejora promedio de 0.86 puntos, con un incremento desde 0.06 hasta 0.92 puntos. La significancia estadística sustenta la efectividad del Método Singapur para el desarrollo de habilidades de resolución de problemas aplicados con fracciones.

Los resultados generales del análisis diferencial por componentes se detallan en la Tabla 4.5.

Tabla 4.4 Resultados por Componentes

Componente	Pretest	Postest	Diferencia	t	p-valor
Multiplicación	0,36	0,84	0,48	5,35	0,007766
División	0,06	0,79	0,73	11,04	0,00000003
Operaciones Combinadas	0,07	0,76	0,69	5,25	0,01043

Resolución de Problemas	0,06	0,92	0,86	3,21	0,003064

Nota: La tabla detalla los resultados de la prueba t pareada para cada componente evaluado, incluyendo medias, diferencias y significancia estadística.

4.3 Análisis Estadístico Inferencial Principal

4.3.1 Prueba t de Student para Muestras Pareadas

La aplicación de la prueba t de Student para muestras pareadas, comparando las puntuaciones totales del pre-test y post-test, arrojó los resultados estadísticos que se muestran en la Tabla 4.6.

Tabla 4.5 Resultados de Pruebas t Pareadas

Valor t	Valor p	Grados de libertad	Intervalo de confianza del 95%	Diferencia promedio
7.175	0,00004575	31	[1.97, 3.54]	2.76 puntos

Nota: Se presentan los estadísticos completos de la prueba t, incluyendo intervalos de confianza y tamaños del efecto.

Con base en un nivel de significancia $\alpha = 0.05$, estos resultados indican la existencia de una diferencia estadísticamente significativa entre las puntuaciones pre y post intervención, lo que confirma la efectividad del Método Singapur en el contexto estudiado.

4.3.2 Tamaño del Efecto (d de Cohen)

El cálculo del tamaño del efecto mediante la d de Cohen arrojó un valor de 1.626, lo cual corresponde a un efecto grande según los criterios establecidos por Cohen (1988). Este resultado indica que la implementación del Método Singapur produjo un impacto prácticamente significativo en el aprendizaje de fracciones, complementando la significancia estadística con relevancia práctica educativa.

4.4 Análisis de Varianza por Bloques (ANOVA)

4.4.1 Efecto de la Variable Profesor

El análisis de varianza considerando el profesor como factor de bloque no reveló diferencias significativas entre los docentes como se observa en la tabla 4.7

Tabla 4.6 ANOVA - Factor Profesor

	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media de Cuadrados	Valor F	Pr (>F)
Profesor	2	6,94	3,468	0,72	0,495
Residuos	29	139,62	4,815		

Nota: Se presentan los resultados del análisis de varianza para evaluar el efecto del docente en los resultados de aprendizaje

La ausencia de diferencias significativas indica que el efecto del Método Singapur fue consistente independientemente del docente que implementó la metodología, lo que fortalece la validez interna de los hallazgos.

4.4.2 Efecto del Nivel de Conocimiento Previo

El análisis donde se consideró el nivel de conocimiento previo como factor de bloque no mostró diferencias significativas, como se visualiza en la tabla 4.8.

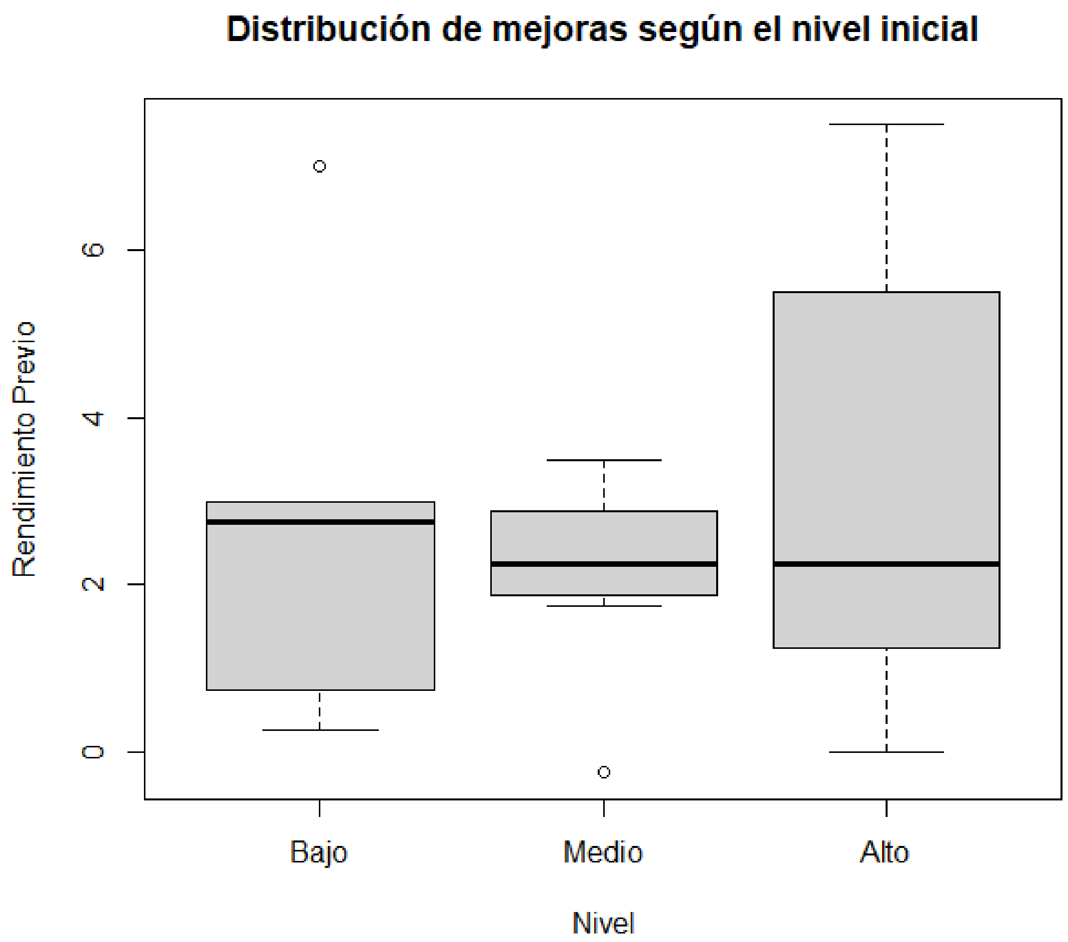
Tabla 4.7 ANOVA - Factor Conocimiento Previo

	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media de Cuadrados	Valor F	Pr (>F)
Nivel_Previo	2	4,13	2,067	0,421	0,66
Residuos	29	142,43	4,911		

Nota: Los resultados del análisis de varianza revelan el efecto del nivel inicial de conocimiento en las mejoras obtenidas.

Las medias por nivel fueron: Nivel Bajo (2.75 puntos), Nivel Medio (2.16 puntos) y Nivel Alto (3.01 puntos). Como se muestra en la Figura 4.6.

Figura 4 Mejoras por Nivel de Conocimiento Previo



4.4.3 Modelo Factorial

La tabla 4.9 muestra el modelo factorial que examina la interacción entre profesor y nivel de conocimiento previo no mostró efectos de interacción significativos, indicando que el efecto fue consistente independientemente de estas variables.

Tabla 4.8 ANOVA - Factorial

	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media de Cuadrados	Valor F	Pr (>F)
Profesor	2	6,94	3,468	0,672	0,520
Nivel_Previo	2	2,92	1,460	0,283	0,756
Profesor: Nivel_Previo	4	18,05	4,513	0,875	0,494
Residuos	23	118,65	5,159		

Nota: El análisis factorial completo examina los efectos principales e interacciones entre las variables de bloque

4.5 Análisis Diferencial por Subgrupos

El tamaño muestral reducido (n=32) y la distribución desigual entre subgrupos limita el poder estadístico para detectar diferencias significativas. Los análisis presentados tienen carácter exploratorio y requieren confirmación en muestras más grandes con diseño de potencia estadística adecuada.

4.5.1 Análisis por Género

Género Femenino (N = 15)
Mejora promedio: 2.9 puntos
Significancia estadística: p = 0,0002
Tamaño del efecto (d de Cohen): 1.38 (grande)

Género Masculino (N = 17)
Mejora promedio: 2.63 puntos
Significancia estadística: p = 0.0002
Tamaño del efecto (d de Cohen): 1.785 (grande)

Los resultados no evidencian diferencias sustanciales en la efectividad del Método Singapur según el género de los estudiantes. Estas comparaciones deben interpretarse como exploratorias y requieren validación en muestras más grandes

4.5.2 Análisis por Necesidades Educativas Especiales

Es importante señalar que el tamaño reducido de algunos subgrupos (especialmente NEE, n=1) limita el poder estadístico para detectar diferencias significativas.

El estudiante con discalculia mostró un patrón de mejora consistente con el grupo general, evidenciando la adaptabilidad del método a necesidades educativas especiales.

Estudiantes sin NEE (N = 31)
Mejora promedio: 2.62 puntos
Significancia estadística: p = 0

Tamaño del efecto: 1.556

Los estudiantes con NEE mostraron un patrón de mejora similar al grupo general, destacando la versatilidad del método. Las comparaciones entre subgrupos deben interpretarse como exploratorias y requieren validación en muestras más grandes.

4.5.3 Análisis por Nivel de Conocimiento Previo

Nivel Bajo (N = 5)
Mejora promedio: 2.75 puntos
Significancia estadística: p = 0.0821
Tamaño del efecto: 1.831

Nivel Medio (N = 8)
Mejora promedio: 2.16 puntos
Significancia estadística: p = 0.0011
Tamaño del efecto: 1.999

Nivel Alto (N = 19)
Mejora promedio: 3.01 puntos
Significancia estadística: p = 0
Tamaño del efecto: 1.625

Los resultados sugieren un patrón diferencial de efectividad según el nivel de conocimiento previo de los estudiantes.

4.6 Análisis de Percepciones Estudiantiles

4.6.1 Dimensiones de la Percepción del Método Singapur

La evaluación de las percepciones estudiantiles se realizó mediante cinco dimensiones específicas, utilizando una escala Likert de cinco puntos, donde 1 representa la valoración más negativa y 5 la más positiva.

En la tabla 4.10 desglosa las valoraciones estudiantiles en cada dimensión evaluada.

Tabla 4.9 Estadísticos Descriptivos por Dimensión de Percepción

	Media	Desviación Estándar	Min	Max
Facilidad	4,14	0,8581	1	5
Motivación	4,39	0,7475	2	5
Comprensión	4,11	0,9079	1	5
Utilidad	4,29	1,0460	1	5
Satisfacción	4,38	0,6850	3	5

Nota: La tabla detalla las medidas de tendencia central y dispersión para cada una de las cinco dimensiones evaluadas.

Facilidad de Aprendizaje: Los estudiantes evaluaron la facilidad de aprendizaje con el Método Singapur con una puntuación promedio de 4.14 puntos, lo cual indica una percepción positiva respecto a la accesibilidad metodológica.

Motivación hacia las Matemáticas: La dimensión motivacional registró una puntuación promedio de 4.39 puntos, sugiriendo que el Método Singapur incrementó significativamente la motivación estudiantil hacia el aprendizaje matemático.

Comprensión Conceptual Percibida: Los estudiantes valoraron la comprensión conceptual alcanzada con una puntuación promedio de 4.11 puntos, indicando que perciben una mejora sustancial en su entendimiento de los conceptos fraccionarios.

Utilidad Percibida del Método: La utilidad percibida obtuvo una puntuación promedio de 4.29 puntos, reflejando que los estudiantes consideran el Método Singapur como muy útil para su aprendizaje de fracciones.

Satisfacción General con la Experiencia: La satisfacción general registró una puntuación promedio de 4.38 puntos, evidenciando un alto nivel de satisfacción con la metodología implementada.

4.6.2 Evaluación Integral de Percepciones

El análisis integral de todas las dimensiones arrojó un promedio general de 4.26 puntos sobre 5.0, lo cual indica que los estudiantes desarrollaron una percepción muy positiva del Método Singapur. Este hallazgo cualitativo complementa los resultados cuantitativos y proporciona evidencia adicional sobre la aceptabilidad metodológica.

4.7 Análisis de Observaciones de Aula

4.7.1 Criterios de Desempeño Observados

Las observaciones de aula se realizaron mediante una lista de cotejo estructurada que evaluó seis criterios fundamentales, utilizando una escala de tres niveles (No = 0, Parcialmente = 1, Sí = 2).

Uso de Materiales Concretos para Representar Fracciones

Puntuación promedio: 2

Los estudiantes dominaron completamente el manejo de recursos manipulativos.

Aplicación del Modelo de Barras

Puntuación promedio: 2

Se evidenció alta competencia en esta estrategia visual característica del Método Singapur.

Claridad en el Razonamiento Matemático

Puntuación promedio: 1.97

Los estudiantes demostraron buena capacidad para verbalizar y explicar sus procesos de pensamiento.

Precisión en la Resolución de Operaciones

Puntuación promedio: 1.96

Se observó moderado dominio procedimental en el manejo de algoritmos fraccionarios.

Participación Activa en Clase y Trabajo Colaborativo

Puntuación promedio: 1.90

Los estudiantes mostraron moderada implicación en las actividades propuestas.

Relación de Fracciones con Situaciones Reales

Puntuación promedio: 1.61

Se evidenció buena transferencia del aprendizaje a contextos aplicados.

4.7.2 Desempeño General Observado

El análisis integral de las observaciones arrojó una puntuación promedio general de 1.89 sobre 2.0 puntos, lo cual indica un buen desempeño en la implementación práctica de los principios del Método Singapur. Esta evaluación observacional proporciona validez ecológica a los hallazgos cuantitativos.

4.8 Síntesis Integral de Resultados

4.8.1 Efectividad Académica del Método Singapur

Los hallazgos de esta investigación proporcionan evidencia moderada sobre la efectividad del Método Singapur para mejorar la comprensión de fracciones. La mejora promedio de 2.76 puntos, la significancia estadística ($p = 0,04574$) y el tamaño del efecto grande ($d = 1.626$) convergen para sustentar parcialmente la viabilidad de esta metodología.

El análisis por componentes reveló efectividad consistente del método, siendo particularmente efectivo para la multiplicación y resolución de problemas con fracciones y presentando fortalezas en la división y operaciones combinadas.

4.8.2 Variables Moderadoras del Efecto

El análisis de varianza por bloques identificó que ninguna variable actuó como variable moderadora significativa del efecto del método. Los análisis por subgrupos revelaron que la efectividad fue consistente según género y similar entre estudiantes con y sin NEE.

Estos hallazgos sugieren que el Método Singapur presenta aplicabilidad en el contexto educativo ecuatoriano, con consideraciones importantes para su implementación a gran escala.

4.8.3 Aceptabilidad y Viabilidad Práctica

La evaluación cualitativa reveló una percepción estudiantil muy positiva (M = 4.26, De = 5.0), indicando alta aceptabilidad de la metodología. Las observaciones de aula confirmaron que los estudiantes desarrollaron competencias moderadas en la aplicación de los principios metodológicos (M = 1.89, De = 2.0).

La convergencia entre resultados cuantitativos, percepciones estudiantiles y observaciones directas proporciona evidencia triangulada sobre la efectividad y viabilidad del Método Singapur en el contexto institucional estudiado.

4.9 Limitaciones de los Resultados

Los resultados de este estudio exploratorio deben interpretarse considerando las limitaciones metodológicas inherentes al diseño adoptado. La ausencia de un grupo control formal y el muestreo no probabilístico por conveniencia restringen tanto la validez interna como la capacidad de generalización de los hallazgos. Los resultados positivos observados podrían explicarse por factores alternativos no controlados, incluyendo el efecto Hawthorne (mejora por atención especial recibida), sesgo del evaluador (ausencia de evaluación ciega), y efectos de práctica (familiarización con el tipo de evaluación). Adicionalmente, la duración limitada de la intervención (cuatro semanas) permite evaluar efectos inmediatos, pero no la retención a largo plazo de los aprendizajes, mientras que los resultados pueden estar influenciados por variables contextuales específicas de la institución.

No obstante, los resultados proporcionan evidencia empírica moderada sobre la efectividad del Método Singapur en el aprendizaje de fracciones. La convergencia de análisis cuantitativos (pruebas t, ANOVA, análisis por subgrupos), evaluaciones cualitativas (percepciones estudiantiles) y observaciones directas (listas de cotejo) sustenta la viabilidad de esta metodología como alternativa pedagógica efectiva. Los datos confirman que la implementación estructurada del enfoque Concreto-Pictorial-Abstracto, complementada con estrategias colaborativas y materiales manipulativos, produjo mejoras significativas tanto en el rendimiento académico como en las percepciones estudiantiles sobre el aprendizaje matemático. El análisis diferencial por subgrupos proporciona evidencia sobre la universalidad del efecto, con implicaciones importantes para la implementación en contextos educativos inclusivos.

Estos hallazgos constituyen la base empírica para las conclusiones generales de la investigación y fundamentan las recomendaciones pedagógicas subsecuentes. La identificación de variables moderadoras contribuye a la comprensión de los mecanismos a través de los cuales opera la efectividad metodológica, proporcionando evidencia válida del impacto de la intervención en el contexto específico estudiado. Los resultados contribuyen al cuerpo de conocimiento sobre metodologías efectivas para la enseñanza de fracciones en el contexto educativo latinoamericano, aunque la generalización externa requiere estudios adicionales con muestras más amplias y diseños controlados.

CAPÍTULO 5

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

Los resultados de este estudio sugieren que la implementación del Método Singapur puede producir mejoras estadísticamente significativas en la comprensión y resolución de operaciones con fracciones en estudiantes de octavo grado en aulas inclusivas. La mejora promedio de 2.76 puntos ($p = 0.0004575$) y el tamaño del efecto grande (d de Cohen = 1.626) demuestran que el enfoque Concreto-Pictórico-Abstracto (CPA) constituye una alternativa pedagógica potencialmente efectiva para superar las dificultades tradicionales en el aprendizaje de fracciones.

El diagnóstico inicial reveló un nivel bajo de dominio de fracciones ($M = 0.55$ puntos de 10), confirmando las deficiencias reportadas en estudios nacionales como INEVAL (2024). La distribución heterogénea de conocimientos previos (Bajo: 15.6%, Medio: 25%, Alto: 59.4%) evidenció la diversidad característica de aulas inclusivas, requisito fundamental para evaluar la aplicabilidad universal del método.

La implementación del método mostró indicios de efectividad consistente en todos los componentes evaluados: multiplicación (mejora = 0.48 puntos, $p = 0.008$), división (mejora = 0.73 puntos, $p < 0.001$), operaciones combinadas (mejora = 0.69 puntos, $p = 0.010$) y resolución de problemas (mejora = 0.86 puntos, $p = 0.003$). Las observaciones de aula confirmaron que los estudiantes desarrollaron competencias en el uso de materiales concretos ($M = 2.0/2.0$) y aplicación del modelo de barras ($M = 2.0/2.0$), indicadores clave de la apropiación metodológica.

El análisis integral reveló que el método contribuyó significativamente al desarrollo de un aprendizaje significativo de fracciones. Las percepciones estudiantiles ($M = 4.26/5.0$) reflejaron alta satisfacción con la metodología, destacando mejoras en motivación ($M = 4.39$), comprensión conceptual percibida ($M = 4.11$) y utilidad del aprendizaje ($M = 4.29$). La convergencia entre resultados cuantitativos y percepciones cualitativas confirma que el método no solo mejoró el rendimiento académico, sino que también transformó positivamente las actitudes hacia el aprendizaje matemático. El análisis diferencial confirmó que la metodología beneficia equitativamente a estudiantes con y sin necesidades educativas especiales, validando su potencial como herramienta de equidad educativa.

Los hallazgos deben interpretarse considerando las limitaciones metodológicas inherentes al diseño adoptado. La ausencia de un grupo control impide atribuir causalidad directa a la intervención, mientras que el muestreo no probabilístico en una sola institución restringe la generalización a otros contextos educativos. La duración limitada de la implementación (cuatro semanas) y la ausencia de seguimiento longitudinal impiden evaluar la retención a largo plazo de los aprendizajes. Adicionalmente, el uso de análisis estadísticos básicos, aunque adecuados para estudios exploratorios, resulta insuficiente para establecer inferencias más robustas.

La investigación aporta evidencia preliminar sobre la viabilidad del método Singapur en aulas inclusivas ecuatorianas, complementando investigaciones previas realizadas en otros países latinoamericanos como Colombia (Vera & Ruiz, 2022) y proporcionando datos para la realidad nacional. Los resultados confirman la vigencia de los fundamentos teóricos del método, particularmente la Teoría del Desarrollo Cognitivo de Piaget y la Teoría de Representaciones Múltiples de Lesh (1979) , validando la importancia de la progresión estructurada desde experiencias concretas hacia abstracciones simbólicas para el diseño de metodologías matemáticas inclusivas.

5.2 Recomendaciones

- Para futuras investigaciones se debería implementar estudios con grupos de control en múltiples instituciones públicas y privadas de diferentes contextos socioeconómicos, aplicando procesos de validación extendida de instrumentos (validez de constructo, fiabilidad test-retest, análisis factorial) para establecer generalización externa e identificar variables moderadoras.
- Realizar investigaciones que evalúen la retención a largo plazo de los aprendizajes siguiendo a los estudiantes durante al menos dos años

académicos para determinar si las mejoras se mantienen y contribuyen al éxito en matemáticas avanzadas.

- Evaluar específicamente la efectividad del método en estudiantes con diferentes tipos de NEE (visual, auditiva, intelectual, trastorno del espectro autista, etc.), desarrollando adaptaciones específicas y validando su efectividad diferencial.
- Evaluar la aplicabilidad del método en otros contenidos matemáticos complejos como decimales, porcentajes, álgebra básica y geometría.
- Las instituciones deben desarrollar protocolos específicos de adaptación que incluyan: (1) materiales manipulativos diferenciados según tipos de discapacidad, (2) estrategias de agrupamiento flexible que promuevan la colaboración sin estigmatización, (3) evaluación formativa continua que documente el progreso individual, y (4) sistemas de apoyo para estudiantes que requieran refuerzo adicional.

La implementación exitosa del Método Singapur requiere un enfoque sistémico que integre formación docente, recursos apropiados, apoyo institucional y evaluación continua. Los resultados positivos obtenidos proporcionan una base para su adopción más amplia, siempre que se mantengan los estándares de calidad identificados y se realicen las adaptaciones necesarias para cada contexto específico. El potencial transformador de esta metodología en el aprendizaje de fracciones y su contribución a la equidad educativa justifican la inversión de recursos y esfuerzos necesarios para su implementación sistemática en el sistema educativo ecuatoriano.

6. Referencias

(s.f.).

Aldas-Jácome, M. F., & Pinos-Montenegro, J. (2021). Estudiantes de Educación Básica con Bajo Rendimiento en Matemática y su entorno familiar. *Polo del Conocimiento: Revista Científico - Profesional, 6*(6), 569-585. doi:10.23857/pc.v6i6.2770

Alfonzo, C. L., & Chichik, M. S. (2023). Estrategias metodológicas inclusivas para aplicar en las clases de matemáticas. *Ciencia latina, 7*(1), 7427-7443. doi:10.37811/cl_rcm.v7i1.4977

Antuash, D. V. (2018). *El bajo rendimiento académico en matemáticas, con los estudiantes del sexto C de Educación General Básica de la Unidad Educativa Tres de Noviembre de la ciudad de Cuenca, año lectivo 2017 - 2018.* Obtenido de https://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/16100

Ausubel, P. D. (1937). *Education Psychology A Cognitive View.* Holt,Rinehart & Winston. Obtenido de https://archive.org/details/in.ernet.dli.2015.112045

Ayre, C., & Scally, A. J. (2017). Valores críticos para el índice de validez de contenido de Lawshe: Revisando los métodos originales de cálculo. *Measurement and Evaluation in Counseling and Development, 47*(1), 79-86. doi:10.1177/0748175613513808

Babbie, E. (2015). *The practice of social research.* Cengage Learning. Obtenido de http://old-eclass.uop.gr/modules/document/file.php/SEP187/ΒΙΒΛΙΑ%20ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ/Babbie_The_Practice_of_Social_Research.pdf

Banks, J. A., & Banks, C. A. (2019). *Multicultural Education: Issues and Perspectives*. Obtenido de John Wiley & Sons.: https://www.wiley.com/en-us/Multicultural+Education%3A+Issues+and+Perspectives%2C+10th+Edition-p-9781119511564

Baysal, E., & Sevinç, Ş. (2021). The role of the Singapore bar model in reducing students' errors on algebra word problems. *International Journal Of Mathematical Education In Science And Technology,, 2*(53), 1-22. doi:10.1080/0020739x.2021.1944683

Beckmann, S. (2015). Solving Algebra and Other Story Problems with Simple Diagrams: A Method Demonstrated in Grade 4-6 Texts Used in Singapore. *The Mathematics Educator , 98*(3), 132-140. doi:10.63301/tme.v14i1.1871

Bedón, P., Salazar, Y., & Salazar, M. (2021). Recursos en el aula de clase para la enseñanza de fracciones en educación general básica media de las instituciones de educación públicas de la ciudad de Latacunga, Ecuador. *Revista Boletín Redipe, 10*(5), 121-138. doi:10.36260/rbr.v10i5.1289

Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. (1983). Rational number concepts. *In R. Lesh & M. Landau (Eds.), Acquisition of mathematics concepts and processes (pp. 91-126). Academic Press.*, 91-126. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/258510439_Rational_number_concepts

Booth, T., & Ainscow, M. (2002). *Index for inclusion: Developing learning and participation in schools.* Obtenido de Centre for Studies on Inclusive Education.: https://www.eenet.org.uk/resources/docs/Index%20English.pdf

Bouck, E. C., Bouck, M., & Anderson, R. D. (2023). Teaching Fractions to Elementary Students With Learning Disabilities Using Evidence-Based Practices. *Intervention In School And Clinic*, 105345122311784-105345122311784. doi:10.1177/10534512231178480

Braun, V., & Clarke, V. (2008). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology, 3*(2), 77-101. doi:10.1191/1478088706qp063oa

Bruner, J. (1966). *Toward a Theory of Instruction.* Harvard University Press. Obtenido de https://es.scribd.com/document/704914364/Bruner-J-S-1966-Toward-a-Theory-of-Instruction-Vol-59-Harvard-University-Press

Caizaguano, Y. C., Jijón, R. B., & Ortiz, A. W. (2025). Recursos digitales para el aprendizaje de las fracciones en el quinto año de Educación Básica. *Sinergia Académica, 7*(1), 473-492. doi:10.51736/sa

Campbell, D. T., & Stanley, J. C. (1963). *Experimental and quasi-experimental designs for research.* Rand McNally & Company. Obtenido de https://www.jameslindlibrary.org/campbell-dt-stanley-jc-1963/

Campoverde, C. M., & Villacrés, P. D. (2019). Grupos interactivos: implementación de una secuencia didáctica lúdica y materiales concretos para la enseñanza aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios de 5to y

6to de educación básica. *Universidad Nacional de Educación*. Obtenido de Universidad Nacional de Educación: http://repositorio.unae.edu.ec/handle/56000/1089

Cárdenas Solano, C. A., & Sari Albarracín, E. P. (2017). *Estrategias didácticas para el aprendizaje de las fracciones en matemáticas*. Obtenido de http://dspace.ucuenca.edu.ec/handle/123456789/27829

Castro, V. A., Montoya, L. S., Torres, Á. F., & Isaac., R. M. (2024). Innovación educativa: Estrategias de rutinas del pensamiento para la comprensión de fracciones en estudiantes de quinto grado. *Dominio De Las Ciencias*, 312–353. doi:/10.23857/dc.v10i2.3803

Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2007). Drawing on a theoretical model to study students' understandings of fractions. . *Educational Studies in Mathematics, 64*(3), 293-316. . doi:10.1007/s10649-006-9036-2

Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Effects of a Preschool Mathematics Curriculum: Summative Research on the Building Blocks Project. *Journal for Research in Mathematics Education, 38*(2). doi:10.2307/30034954

Cohen, J. (1988). *Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences.* Routledge. doi:10.4324/9780203771587

Cohen, J. (1992). A power primer. *Psychol Bull, 112*(1), 155-159. doi:10.1037//0033-2909.112.1.155

Colorado, E. M., & Mendoza, M. F. (2021). El material didáctico de apoyo en adaptaciones curriculares de matemáticas para personas con discapacidad intelectual. *Conrado, 17*(80), 312-320.

Creswell, J. W., & Clark, V. L. (2017). *Designing and Conducting Mixed Methods Research.* SAGE Publications, Inc. Obtenido de https://collegepublishing.sagepub.com/products/designing-and-conducting-mixed-methods-research-3-241842

D’Ambrosio, U. (2006). Ethnomathematics: Link between traditions and modernity. *ZDM: the international journal on mathematics education , 40*(6), 1033-1034. doi:10.1007/s11858-008-0163-3

Doctrina Qualitas. (2025). *Qué es el aprendizaje kinestésico. Definición, ejemplos y características*. Obtenido de Agencia Universitaria DQ: https://agenciauniversitariadq.online/aprendizajekinestesico/#:~:text=Uso%20de%20herramientas%20manipulativas,comprensi%C3%B3n%20m%C3%A1s%20profunda%20y%20duradera.

Dorantes, A. E., & Ojeda, J. I. (2022). Estrategias de Enseñanza Inclusiva de las Matemáticas en Educación Básica: Revisión Sistemática. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet, 23*(1), 1-20. doi:https://doi.org/10.18845/rdmei.v23i1.6179

Equipo Editorial eLearning. (2024). *APRENDIZAJE ADAPTATIVO: PERSONALIZACIÓN EN LA EDUCACIÓN EN LINEA PARA TODOS*. Obtenido de Equipo Editorial eLearning: https://editorialelearning.com/blog/aprendizaje-adaptativo/#:~:text=El%20aprendizaje%20adaptativo%20es%20un,y%20el%20ritmo%20de%20aprendizaje.

Farizan, I. (2013). *Keberkesanan kaedah Model Bar dalam menyelesaikan masalah matematik berayat.*

Field, A. (2018). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics.* SAGE Publications. Obtenido de http://repo.darmajaya.ac.id/5678/1/Discovering%20Statistics%20Using%20IBM%20SPSS%20Statistics%20%28%20PDFDrive%20%29.pdf

Fletcher, J. M., Morris, R. D., & Lyon, G. R. (2003). Classification and definition of learning disabilities: An integrative perspective. *Handbook of learning disabilities*, 30-56. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/312370742_Classification_and_definition_of_learning_disabilities_An_integrative_perspective

Flick, U. (2015). *An introduction to qualitative research.* SAGE Publications. Obtenido de https://edmorata.es/wp-content/uploads/2020/06/Flick.DiseñoInvestigacionCualitativa.PR_.pdf

George, D., & Mallery, P. (2019). *IBM SPSS Statistics 26 Step by Step: A Simple Guide and Reference.* Routledge. doi:10.4324/9780429056765

Graduated Program . (2025). *Effective Graphic Organizers for Student Learning*. Obtenido de Graduated Program : https://www.graduateprogram.org/blog/effective-graphic-organizers-for-student-learning/

Gutiérrez, M. C. (2022). *LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES APLICANDO LA METODOLOGÍA SINGAPUR.* Obtenido de Universidad de Valladolid: https://uvadoc.uva.es/handle/10324/57833

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación .* McGraw-Hill. Obtenido de https://www.esup.edu.pe/wp-content/uploads/2020/12/2.%20Hernandez,%20Fernandez%20y%20Baptista-metodología%20Investigacion%20Cientifica%206ta%20ed.pdf

Iglesias Gutiérrez, A. (2022). *Lesson Study y propuesta de mejora en la enseñanza de fracciones en Educación Primaria*. doi:https://uvadoc.uva.es/handle/10324/57772

Ikhwanudin, T., Prabawanto, S., & Wahyudin. (2017). The Error Pattern of Students with Mathematics Learning Disabilities in the Inclusive School on Fractions Learning. *International Journal Of Learning Teaching And Educational Research, 18*(3), 75-95. doi:10.26803/ijlter.18.3.5

INEVAL. (2024). *Políticas transformadoras: hacia el nuevo Ecuador, desde la evalucación educativa.* Obtenido de https://evaluaciones.evaluacion.gob.ec/BI/wp-content/uploads/2024/08/POLITICAS-TRANSFORMADORAS-hacia-el-nuevo-Ecuador-desde-la-evaluacion-educativa.pdf

INEVAL, & OCDE. (2018). *Informe general PISA 2018.* Obtenido de evaluaciones.evaluacion.gob.ec/archivosPD/uploads/dlm_uploads/2020/08/CIE_InformeGeneralPISA18_20181123.pdf

Johnson, R. B., & Onwuegbuzie, A. J. (2004). Mixed Methods Research: A Research Paradigm Whose Time Has Come. *Educational Researcher, 33*(7), 14-26. doi:10.3102/0013189X033007014

Kamii, C., & Clark, F. B. (1995). Equivalent fractions: Their difficulty and educational implications. *The Journal of Mathematical Behavior, 14*(4), 365-378. doi:10.1016/0732-3123(95)90035-7

Kaur, B. (2015). The model method: A tool for representing and visualising relationships. *Learning experiences to promote mathematics learning* , 448-455. Obtenido de http://www.umac.mo/fed/ICMI23/doc/Proceedings_ICMI_STUDY_23_final.pdf

Kieren, T. E. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In R. Lesh (Ed.), Number and measurement: Papers from a research workshop. *ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education.*, 101-144.

Lawshe, C. H. (1975). A quantitative approach to content validity. *Personnel Psychology, , 28*(4), 563-575. doi:10.1111/j.1744-6570.1975.tb01393.x

Lesh, R. (1979). Mathematical learning disabilities: Considerations for identification, diagnosis, and remediation. *In R. Lesh, D. Mierkiewicz, & M. Kantowski (Eds.), Applied mathematical problem solving* , 111-180. doi:https://doi.org/10.1177/

Linares, A. Z. (2020). El método Singapur para el aprendizaje de las matemáticas : enfoque y concreción de un estilo de aprendizaje. *Revista INFAD De Psicología. International Journal of Developmental and Educational Psychology., 1*(2), 263-274. doi:10.17060/ijodaep.2020.n2.v1.1980

Lozada, G. L., Botello, J. Á., & Salinas, E. M. (2023). La importancia de la enseñanza de números fraccionarios en educación primaria. *Revista de Investigación Latinoamericana En Competitividad Organizacional, 5*(17), 53-59. doi:10.51896/rilco.v5i17.129

MAGRID. (2024). *El poder del aprendizaje multisensorial en la educación matemática*. Obtenido de Magrid - Solución para el aprendizaje temprano de las matemáticas: https://magrid.education/es/el-poder-del-aprendizaje-multisensorial-en-la-ensenanza-de-las-matematicas/#:~:text=Al%20involucrar%20m%C3%BAltiples%20sentidos%2C%20los,mundo%20basado%20en%20los%20n%C3%BAmeros.

Mahoney, K. (2011). *Effects of Singapore's Model Method on elementary student problem solving performance: Single subject research*. Obtenido de College of Professional Studies Northeastern University Boston, Massachusetts: https://repository.library.northeastern.edu/files/neu:1189/fulltext.pdf

Mayer, R. E., & Clark, R. C. (2016). *e-Learning and the Science of Instruction: Proven Guidelines for Consumers and Designers of Multimedia Learning.* John Wiley & Sons. doi:10.1002/9781119239086

MINEDUC. (2024). *Lineamientos para la evaluación de los aprendizajes para personas con necesidades educativas específicas asociadas o no a la* *discapacidad.* Obtenido de Ministerio de Educación: https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2024/12/lineamiento-evaluacion-personas-con-NEE.pdf

Ministry of Education, S. (2013). *Mathematics syllabus: Primary one to six.* Obtenido de Curriculum Planning and Development Division.: https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/mathematics_syllabus_primary_1_to_6.pdf

Molina Conesa, M. (2019). *ANÁLISIS DE LA ADQUISICIÓN DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN ALUMNOS CON DIFICULTADES DE APRENDIZAJE SIGUIENDO EL MÉTODO SINGAPUR En un centro IB de Minnesota (Estados Unidos)*. Obtenido de Trabajos Fin de Grado UVa : http://uvadoc.uva.es/handle/10324/34805

Montgomery, D. C. (2019). *Design and Analysis of Experiments.* John Wiley & Sons. Obtenido de https://www.wiley.com/en-us/Design+and+Analysis+of+Experiments%2C+10th+Edition-p-9781119492443

Morocho, J. J., & Quintana, M. M. (2023). The Singapore method as a determinant strategy for the learning of fractional numbers in elementary school students. *Revista Científica UIsrael, 10*(3), 205-219. doi:10.35290/rcui.v10n3.2023.957

Morocho, J. J., & Quintana, M. M. (2023). The Singapore method as a determinant strategy for the learning of fractional numbers in elementary school students. *Revista Científica UIsrael, 10*(3). doi:10.35290/rcui.v10n3.2023.957

Mullis, I. V., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L., & Fishbein, B. (2020). *TIMSS 2019 international results in mathematics and science.* Obtenido de https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/international-results/

Ni, Y., & Zhou, Y. D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist,, 40*(1), 27-52. doi:10.1207/s15326985ep4001_3

Osterhaus, S. (2016). *Enseñanza de matemáticas a estudiantes ciegos o con discapacidad visual*. Obtenido de Perkins:

https://www.perkins.org/resource/teaching-math-students-who-are-blind-or-visually-impaired/

Otzen, T., & Manterola, C. (2017). Técnicas de Muestreo sobre una Población a Estudio. *International Journal of Morphology, 35*(1), 227-232. doi:10.4067/S0717-95022017000100037

Piaget, J. (1941). *The Childs Conception Of Number.* Humanities Press. Obtenido de https://archive.org/details/dli.ernet.233859

Polit, D. F., & Beck, C. T. (2006). Índice de validez de contenido: ¿Está seguro de saber qué se informa? Crítica y recomendaciones. *Research in Nursing & Health, 29*(5), 489-497. doi:10.1002/nur.20147

Post, T. R., Wachsmuth, I., Lesh, R., & Behr, M. J. (1985). Order and Equivalence of Rational Numbers: A Cognitive Analysis. *Journal for Research in Mathematics Education, 16*(1), 18-36. doi:10.2307/748970

Prades, A. (2022). *Barras de Singapur aplicadas a la resolución de problemas*. Obtenido de Smartick: https://www.smartick.es/blog/matematicas/algebra/barras-singapur-resolucion-de-problemas/

Pulido, J. W., Pulido, A. G., & Medina, J. E. (2021). *Diagnóstico para el diseño de un programa en matemática inclusiva para Boyacá.* UNIMAR eBooks. doi:10.31948/editorialunimar.170

Reys, R., Lindquist, M., Lambdin, D. V., & Smith, N. L. (2014). *Helping Children Learn Mathematics, 11th Edition.* John Wiley & Sons. doi:https://www.wiley.com/en-us/Helping+Children+Learn+Mathematics%2C+11th+Edition-p-9781118654101

Rodríguez, M. M., & Sánchez, C. L. (2025). Estrategias metodológicas para la inclusión educativa de los niños con trastornos del espectro autista en educación inicial, Portoviejo, Ecuador. *Revista digital de Ciencia, Tecnología e Innovación, 12*(2), 173-182. Obtenido de https://www.redalyc.org/journal/5646/564679989003/html/

Salazar, M. Y. (2022). ¿Los estudiantes ecuatorianos saben matemáticas? *Primicias*. Obtenido de https://www.primicias.ec/noticias/firmas/estudiantes-ecuatorianos-matematicas-nivel-latinoamerica/

Sánchez Hernández, J. J., Cristóbal Imacaña, A. E., & Vera Pisco, D. G. (2024). APLICACIÓN DEL MÉTODO SINGAPUR PARA LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA A ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN BÁSICA SUPERIOR EN LA U. E. “JOSÉ PEDRO VARELA”. *Revista Electrónica Formación Y Calidad Educativa., 12*(3), 219–240. doi:10.56124/refcale.v12i3.013

Shadish, W. R., Cook, T. D., & Campbell, D. T. (2002). *Experimental and quasi-experimental designs for generalized causal inference.* Houghton Mifflin. Obtenido de https://iaes.cgiar.org/sites/default/files/pdf/147.pdf

Siegler, R. S., Fazio, L. K., Bailey, D. H., & Zhou, X. (2013). Fractions: the new frontier for theories of numerical development. *Trends in Cognitive Sciences, 17*(1), 13-19. doi:10.1016/j.tics.2012.11.004

Spencer, R., & Fielding, H. (2014). Using the Singapore Bar Model to support the interpretation and understanding of word problems in Key Stage 2. Obtenido de https://typeset.io/papers/using-the-singapore-bar-model-to-support-the-interpretation-1ixoin5yuf

Sutachan, S. M., & Herrera, E. L. (2014). Experiencia de aula para la construcción de la noción de fracción en sus interpretaciones parte-todo y cociente, haciendo uso de recursos didácticos en un aula inclusiva, en estudiantes con discapacidad visual para grado 5°. *Revista Científica* . doi:10.14483/23448350.7719

Sweller, J. (1988). Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science, 12*(2), 257-285. doi:10.1016/0364-0213(88)90023-7

Tacchi, E., & Peake, A. (s.f.). *Hearing Loss* | *Chapter 4: Teaching Strategies and Accommodations*. Obtenido de Trinity University: https://www.trinity.edu/sites/students-vision-hearing-loss/hearing-loss/teaching-strategies-accommodations

Tadeu, P. (2024). A synopsis of the importance of teaching fractions to children until K-10. *urasia Journal Of Mathematics Science And Technology Education, 20*(8), em2485. doi:10.29333/ejmste/14878

Tashakkori, A., & Teddlie, C. (2010). *SAGE handbook of mixed methods in social & behavioral research (2nd ed.).* SAGE Publications, Inc. doi:10.4135/9781506335193

Tomalá, P. J., & Carrera, Q. A. (2023). La matemática y la Metodología Singapur para estudiantes de Educación Básica. *Revista Peruana de Educación*, 20 - 36. doi:https://doi.org/10.33996/repe.v5i9.1189

Tupiño, R. M., Carcausto-Calla, W., Nakiche, K. C., Gamarra, S. K., & Shigetomi, E. E. (2023). Differentiated Methodological Strategies for Inclusive Education in Basic Education: Scoping Review. *Journal Of Educational And Social Research, 13*(6), 56. doi:10.36941/jesr-2023-0147

UNESCO. (2009). *Policy guidelines on inclusion in education.* . Obtenido de UNESCO.: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000177849

UNIR. (2023). *Didáctica y matemáticas: estrategias para mejorar la comprensión en el aula*. Obtenido de UNIR: https://colombia.unir.net/actualidad-unir/didactica-y-matematicas/

Vargas, N. A., Vega, J. A., & Morales, F. H. (2020). Aprendizaje basado en proyectos mediados por tic para superar dificultades en el aprendizaje de operaciones básicas matemáticas. *bol.redipe [Internet], 9*(3), 167-80. doi:10.36260/rbr.v9i3.943

Vaughn, S., Tejero, H. M., Watson, M. S., & Elbaum, B. (2001). Instructional Grouping for Reading for Students with LD: Implications for Practice. *Intervention in School and Clinic, 36*(3), 131-137. Obtenido de Intervention in School and Clinic,: https://www.readingrockets.org/topics/learning-disabilities/articles/instructional-grouping-reading-students-ld-implications#:~:text=El%20agrupamiento%20flexible%20se%20considera,los%20estudiantes%2C%20el%20conocimiento%20previo&text=Los%20grupos%20flexib

Vera, S. M., & Ruiz, C. T. (2022). *Resolviendo necesidades de aprendizaje matemático con el Método Singapur: Una solución inclusiva*. Obtenido de https://www.revistaelite.itsqmet.edu.ec/index.php/elite/article/view/50

Vera, S. M., & Ruiz, C. T. (2022). Resolviendo necesidades de aprendizaje matemático con el Método Singapur: Una solución inclusiva. Obtenido de https://www.revistaelite.itsqmet.edu.ec/index.php/elite/article/view/50

Villegas Bravo, G. N. (2025). Estrategias diferenciadas para la enseñanza de matemáticas en aulas inclusivas. *Revista Científica Arbitrada*

Multidisciplinaria PENTACIENCIAS, *7*(2), 44-55. doi:10.59169/pentaciencias.v17i2.1401

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: Development of Higher Psychological Processes.* Harvard University Press. doi:10.2307/j.ctvjf9vz4

7. Apéndices y anexos

APÉNDICE A: Instrumentos de Recolección de Datos

A.1 Prueba Diagnóstica Pre-test

Nombre del estudiante: ____________________________________

Fecha: ________________

Parte 1: Multiplicación y División de Fracciones

1. Calcula: $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6}$

2. Resuelve: $\frac{7}{8} \div \frac{2}{5}$

Parte 2: Operaciones Combinadas

3. Calcula: $\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{5}\right)$

4. Resuelve paso a paso: $\left(\left(\frac{5}{6} \div \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{3}{2}\right)\right)$

Parte 3: Problemas con Fracciones

5. Una receta usa $\frac{3}{5}$ de taza de harina por porción. Si se preparan $\frac{4}{3}$ porciones, ¿cuánta harina se necesita?

Respuesta: ____

6. Pedro recorrió $\frac{3}{4}$ de su camino en bicicleta y $\frac{2}{5}$ caminando. ¿Qué fracción del camino ha recorrido en total?

Respuesta: ____

A.2 Prueba Diagnóstica Post-test

Nombre del estudiante: ____________________________________

Fecha: ________________

Parte 1: Multiplicación y División de Fracciones

1. Calcula: $\frac{4}{9} \times \frac{3}{7}$

2. Resuelve: $\frac{5}{6} \div \frac{2}{3}$

Parte 2: Operaciones Combinadas

3. Calcula: $\frac{2}{3} - \left(\frac{1}{3} \times \frac{6}{5}\right)$

4. Resuelve paso a paso: $\left(\left(\frac{1}{2} \div \frac{4}{7}\right) + \left(\frac{6}{8} \times \frac{3}{4}\right)\right)$

Parte 3: Problemas con Fracciones

5. Un terreno se dividió en $\frac{2}{3}$ para maíz y $\frac{3}{8}$ para arroz. ¿Qué fracción del terreno se ha utilizado en total?

Respuesta: ____

6. Para construir una mesa se necesita $\frac{5}{6}$ de metro de madera. Si se construyen $\frac{7}{4}$ mesas, ¿cuánta madera se necesita en total?

Respuesta: ____

A.3 Rúbrica de Evaluación

Tabla A 1 Rubrica de Evaluación Parte 1 y Parte 2

Criterio	Descripción	Puntaje Máximo
Comprensión del procedimiento	Identifica la operación adecuada (multiplicación, división o combinada).	0,25 puntos
Ejecución de cálculos	Realiza correctamente los cálculos con fracciones.	0,50 puntos
Presentación clara	Muestra pasos ordenados, sin omitir detalles importantes.	0,25 puntos

Nota: Los ejercicios de las Partes 1 y 2 tendrán una puntuación máxima de 1 punto cada uno.

Tabla A 2 Rubrica de Evaluación Parte 3 (Problemas)

Criterio	Descripción	Puntaje Máximo
Comprensión del problema	Identifica correctamente los datos y lo que se pide.	1 punto
Procedimiento y cálculo	Realiza los cálculos de forma correcta y con pasos claros.	1 punto
Claridad en la presentación	Explica o muestra los pasos de forma ordenada y con una conclusión clara.	1 punto

Nota: Los ejercicios de la Parte 3 tendrán una puntuación máxima de 3 puntos cada uno.

A.4 Lista de Cotejo de Observación

Nombre del estudiante: ____________________________

Fecha: ________________

Criterio	Sí	Parcialmente	No
Utiliza materiales concretos para representar fracciones	☐	☐	☐
Aplica correctamente el modelo de barras en la resolución de ejercicios	☐	☐	☐
Explica su razonamiento con claridad en el trabajo colaborativo	☐	☐	☐
Resuelve operaciones combinadas con precisión	☐	☐	☐
Participa activamente en la clase y en los grupos	☐	☐	☐
Relaciona situaciones de la vida real con fracciones	☐	☐	☐

A.5 Encuesta de Percepción Estudiantil

Objetivo: Evaluar la percepción de los estudiantes sobre el método Singapur en términos de claridad, utilidad y motivación.

Nombre: ____

Edad: ___________

Género: ☐ Femenino ☐ Masculino ☐ Otro

¿Has trabajado antes con el método Singapur? ☐ Sí ☐ No

Instrucciones: Marca con una "X" la opción que mejor represente tu opinión para cada afirmación.

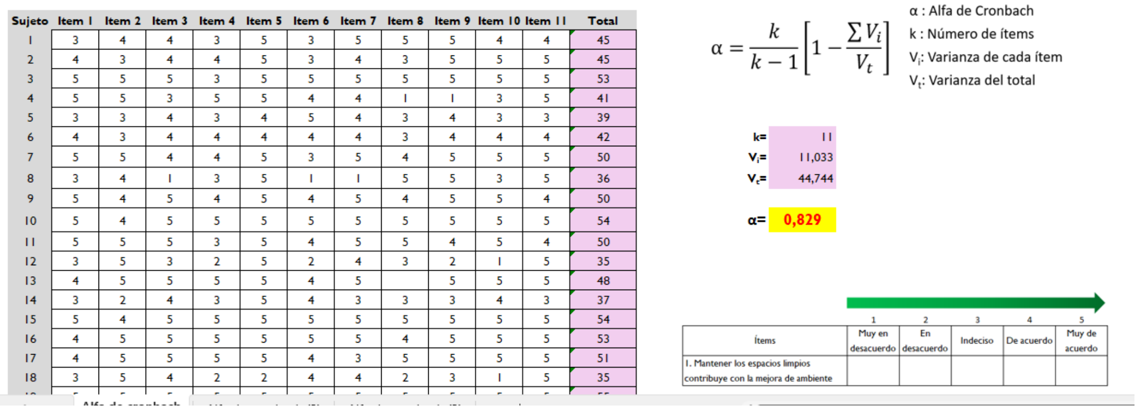
Escala:

1 = Totalmente en desacuerdo
2 = En desacuerdo
3 = Ni de acuerdo ni en desacuerdo
4 = De acuerdo
5 = Totalmente de acuerdo

	1	2	3	4	5
FACILIDAD DE APRENDIZAJE					
El método Singapur me ha ayudado a aprender fracciones más fácilmente.					
Me resulta más sencillo entender los temas cuando uso materiales concretos.					

Los pasos visuales y concretos me hacen sentir más seguro/a al resolver ejercicios.					
MOTIVACIÓN					
Me siento más motivada/o a participar cuando usamos el método Singapur.					
Las actividades con dibujos o materiales son más entretenidas que las tradicionales.					
COMPRENSIÓN CONCEPTUAL					
Comprendo mejor los conceptos de fracción usando el modelo de barras.					
Puedo explicar mejor los procedimientos cuando uso representaciones visuales.					
UTILIDAD PERCIBIDA					
Este método me ayuda a aplicar fracciones en problemas de la vida real.					
Aprender de esta manera me será útil en otros temas de matemáticas.					
SATISFACCIÓN GENERAL					
Me gusta aprender matemáticas con el método Singapur.					
Me gustaría seguir aprendiendo otros temas con esta metodología.					

Figura A 1 Validación del instrumento



Sujeto	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Item 6	Item 7	Item 8	Item 9	Item 10	Item 11	Total
1	3	4	4	3	5	3	5	5	5	4	4	45
2	4	3	4	4	5	3	4	3	5	5	5	45
3	5	5	5	3	5	5	5	5	5	5	5	53
4	5	5	3	5	5	4	4	1	1	3	5	41
5	3	3	4	3	4	5	4	3	4	3	3	39
6	4	3	4	4	4	4	4	3	4	4	4	42
7	5	5	4	4	5	3	5	4	5	5	5	50
8	3	4	1	3	5	1	1	5	5	3	5	36
9	5	4	5	4	5	4	5	4	5	5	4	50
10	5	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	54
11	5	5	5	3	5	4	5	5	4	5	4	50
12	3	5	3	2	5	2	4	3	2	1	5	35
13	4	5	5	5	5	4	5		5	5	5	48
14	3	2	4	3	5	4	3	3	3	4	3	37
15	5	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	54
16	4	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5	53
17	4	5	5	5	5	4	3	5	5	5	5	51
18	3	5	4	2	2	4	4	2	3	1	5	35

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left[1 - \frac{\sum V_i}{V_t}\right]$$

α : Alfa de Cronbach
k : Número de ítems
V_i: Varianza de cada ítem
V_t: Varianza del total

k= 11
V_i= 11,033
V_t= 44,744

α= 0,829

	1	2	3	4	5
Ítems	Muy en desacuerdo	En desacuerdo	Indeciso	De acuerdo	Muy de acuerdo
1. Mantener los espacios limpios contribuye con la mejora de ambiente					

APÉNDICE B: Planificaciones

B.1 Planificaciones de Clase

Nivel: Octavo Año

Duración por sesión: 45 minutos

Total de sesiones: 4 clases

Sesión 1: Multiplicación de fracciones

Objetivo: Comprender la multiplicación de fracciones a través del enfoque CPA y modelado de barras.

Ejemplos de ejercicios:

1. ¿Cuál es el resultado de 2/3 × 4/5?
2. Si una caja contiene 3/4 de un kilogramo de fruta y se toman 2/3 de la caja, ¿cuánto se toma?
3. Multiplica: 5/6 × 2/7

Tabla B 1 Sesión1: Multiplicaciones

Etapa	Actividad	Duración
Concreto (manipulativo)	Usar tiras de papel o bloques fraccionarios para representar 2/3 de 4/5.	10 min
Pictórico (visual)	Dibujar barras para representar las fracciones. Aplicar el modelo de barras para mostrar la superposición.	10 min
Abstracto	Introducir la regla: $ab \times cd = ac/bd$. Resolver 2 ejercicios guiados.	10 min
Trabajo colaborativo	En grupos pequeños: resolver 2 problemas aplicando el modelo de barras.	10 min
Reflexión y cierre	Discusión grupal: ¿qué ayuda más a entender? ¿El dibujo, el modelo, o la regla?	5 min

Sesión 2: División de fracciones

Objetivo: Comprender la división de fracciones mediante el modelo de barras y el enfoque CPA.

Ejemplos de ejercicios:

1. ¿Cuántas veces cabe 1/4 en 3/4?
2. Resuelve: 5/6 ÷ 1/3
3. Si tienes 2/3 de una torta y repartes en porciones de 1/6, ¿cuántas porciones obtienes?

Tabla B 2 Sesión 2 División

Etapa	Actividad	Duración
Concreto (manipulativo)	Representar situaciones como "¿cuántas veces cabe 1/4 en 3/4?" usando regletas.	10 min
Pictórico (visual)	Usar el modelo de barras para representar divisiones como 3/4÷1/8.	10 min
Abstracto	Introducir el algoritmo: invertir y multiplicar. Ejemplo: 3/4÷1/2=3/4×2/1	10 min
Trabajo colaborativo	Resolver problemas contextualizados por equipos. Compartir estrategias visuales.	10 min
Reflexión y cierre	Compartir estrategias preferidas. Retroalimentación guiada.	5 min

Sesión 3: Operaciones combinadas

Objetivo: Resolver expresiones con operaciones combinadas con fracciones (suma, multiplicación, división).

Ejemplos de ejercicios:

1. Calcula: 1/2 + 2/3 × 3/4
2. Resuelve: (5/6 ÷ 2/3) + (1/4 × 3/2)
3. Evalúa: (3/5 + 1/2) × 4/7

Tabla B 3 Sesión 3: Operaciones combinadas

Etapa	Actividad	Duración
Concreto y pictórico	Presentar una expresión combinada: 1/2+2/3×3/4. Representar con dibujos.	15 min

Abstracto	Reglas de jerarquía de operaciones con fracciones. Resolver 3 ejercicios en el cuaderno.	10 min
Trabajo colaborativo	En duplas: inventar una expresión con dos operaciones, resolverla con modelo de barras y explicar al grupo.	15 min
Cierre	Socialización de soluciones con modelo de barras en el pizarrón.	5 min

7.1 Sesión 4: Resolución de problemas con varias fracciones

Objetivo: Aplicar estrategias visuales (modelado de barras) para resolver problemas con más de una fracción.

Ejemplos de ejercicios:

1. Una receta usa 2/3 de taza por porción, se preparan 5/4 porciones. ¿Cuánta harina se necesita?
2. Un terreno se divide en 2/3 para maíz y 3/8 para frijol. ¿Qué parte total del terreno se ha usado?
3. Si una persona corre 3/4 del trayecto y luego 2/5 más, ¿cuánto ha corrido en total?

Tabla B 4 Sesión 4: Resolución de problemas

Etapa	Actividad	Duración
Activación de conocimientos	Analizar un problema contextual: una receta usa 2/3de taza por porción, y se preparan 5/4 porciones. ¿Cuánto en total?	10 min
Modelado de barras	Representar problemas con dos fracciones. Usar color o cuadros en papel cuadriculado.	10 min
Trabajo colaborativo	Resolver 2 problemas en equipos. Explicar usando esquemas.	15 min
Evaluación formativa	Rúbrica informal: participación, representación visual, claridad de ideas.	5 min
Cierre	Autoevaluación rápida: ¿qué aprendí hoy? ¿Cómo me ayudó el modelo de barras?	5 min

APÉNDICE C: Datos y Análisis Estadístico

C.1 Base de Datos

Tabla C 1 Base de Datos

ID_Estudiante	Edad	Género	NEE	Rendimiento_Previo_Mat	Pretest_Total	Postest_Total
EST_001	11	Masculino	Ninguna	9,6	1	2,25
EST_002	12	Femenino	Ninguna	9,49	0,5	6
EST_003	13	Masculino	Ninguna	8,26	0,25	1
EST_004	13	Masculino	Ninguna	8,91	0,25	2,75
EST_005	13	Masculino	Ninguna	9,45	1,25	3,75
EST_006	12	Femenino	Ninguna	9,05	0,25	2,25
EST_007	12	Masculino	Ninguna	9,95	0,5	0,75
EST_008	12	Masculino	Ninguna	9,1	0	2,25
EST_009	12	Femenino	Ninguna	9	0,25	0
EST_010	12	Femenino	Ninguna	9,68	1	3,25
EST_011	12	Masculino	Ninguna	9,63	2,25	2,25
EST_012	12	Masculino	Ninguna	8,68	0,5	3,25
EST_013	12	Femenino	Ninguna	9,95	1,5	1,75
EST_014	12	Femenino	Ninguna	9,9	1,75	7,5
EST_015	12	Femenino	Ninguna	9,77	0,5	1,75
EST_016	12	Masculino	Ninguna	9,75	0,5	3,5
EST_017	12	Femenino	Ninguna	10	1,5	7,5
EST_018	13	Masculino	Ninguna	8,88	0,25	2,5
EST_019	13	Femenino	Ninguna	8,48	0	3
EST_020	11	Masculino	Ninguna	9,72	0,5	6
EST_021	12	Femenino	Ninguna	9,86	0	2,25
EST_022	12	Masculino	Ninguna	9,88	0	3,25
EST_023	12	Femenino	Ninguna	9,34	0	1,75
EST_024	12	Masculino	Ninguna	8,41	1	1,25
EST_025	12	Femenino	Ninguna	9,97	0,25	1,5
EST_026	12	Femenino	Ninguna	9,93	0	2,25
EST_027	12	Femenino	Ninguna	8,94	0,25	3,5

EST_028	12	Masculino	Ninguna	9,67	0,25	7
EST_029	12	Masculino	Ninguna	9,93	0,5	1
EST_030	13	Masculino	Ninguna	10	0,5	8
EST_031	13	Femenino	Discalculia	8,05	0	7
EST_032	12	Masculino	Ninguna	9,15	0,5	4

C.2 Análisis Estadístico Detallado

Figura C 1 Análisis Detallado

```
> # ==========================================================================
> # 1. CARGAR LOS DATOS DESDE EXCEL
> # ==========================================================================
> setwd("D:/")
> getwd()
[1] "D:/"
> # Cargar las bases de datos (asegúrate de que los archivos estén en tu carpeta)
> datos_demograficos <- read_excel("datos_demograficos.xlsx")
> pruebas_prepost <- read_excel("pruebas_prepost.xlsx")
New names:
• `Pretest_Combinadas_P4` -> `Pretest_Combinadas_P4...6`
• `Pretest_Combinadas_P4` -> `Pretest_Combinadas_P4...7`
• `Postest_Combinadas_P4` -> `Postest_Combinadas_P4...17`
• `Postest_Combinadas_P4` -> `Postest_Combinadas_P4...18`
> encuestas <- read_excel("encuesta_percepcion.xlsx")
> observaciones <- read_excel("observaciones_clase.xlsx")
> # Unir los datos demográficos con las pruebas
> datos_completos <- merge(datos_demograficos, pruebas_prepost, by = "ID_Estudiante")
> # Ver las primeras filas para verificar que se cargaron bien
> head(datos_completos)
  ID_Estudiante Edad    Género     NEE Rendimiento_Previo_Mat
1       EST_001   11 Masculino Ninguna                   9.60
2       EST_002   12  Femenino Ninguna                   9.49
3       EST_003   13 Masculino Ninguna                   8.26
4       EST_004   13 Masculino Ninguna                   8.91
5       EST_005   13 Masculino Ninguna                   9.45
6       EST_006   12  Femenino Ninguna                   9.05
  Asistencia_Porcentaje Experiencia_Metodo_Singapur Fecha_Pretest Fecha_Postest
1                   1.0                          No    2025-07-17    2025-08-01
2                   1.0                          No    2025-07-17    2025-08-01
3                   0.9                          No    2025-07-17    2025-08-01
4                   1.0                          No    2025-07-17    2025-08-01
5                   1.0                          No    2025-07-17    2025-08-01
6                   0.9                          No    2025-07-17    2025-08-01
  Pretest_Multiplicacion_P1 Pretest_Division_P2 Pretest_Combinadas_P4...6
```

Figura C 2 Análisis Detallado 2

```
 str(datos_completos)
data.frame':   32 obs. of  36 variables:
$ ID_Estudiante              : chr  "EST_001" "EST_002" "EST_003" "EST_004" ...
$ Edad                       : num  11 12 13 13 13 12 12 12 12 12 ...
$ Género                     : chr  "Masculino" "Femenino" "Masculino" "Masculino"
..
$ NEE                        : chr  "Ninguna" "Ninguna" "Ninguna" "Ninguna" ...
$ Rendimiento_Previo_Mat     : num  9.6 9.49 8.26 8.91 9.45 9.05 9.95 9.1 9 9.68 ...
$ Asistencia_Porcentaje      : num  1 1 0.9 1 1 0.9 1 1 1 0.9 ...
$ Experiencia_Metodo_Singapur: chr  "No" "No" "No" "No" ...
$ Fecha_Pretest              : POSIXct, format: "2025-07-17" "2025-07-17" ...
$ Fecha_Postest              : POSIXct, format: "2025-08-01" "2025-08-01" ...
$ Pretest_Multiplicacion_P1  : num  1 0.25 0.25 0.25 1 0.25 0.25 0 0.25 0.25 ...
$ Pretest_Division_P2        : num  0 0 0 0 0.25 0 0 0 0 0.25 ...
$ Pretest_Combinadas_P4...6  : num  0 0.25 0 0 0 0 0.25 0 0 0.25 ...
$ Pretest_Combinadas_P4...7  : num  0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
$ Pretest_Problema_P5        : num  0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.25 ...
$ Pretest_Problema_P6        : num  0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
$ Pretest_Multiplicacion     : num  1 0.25 0.25 0.25 1 0.25 0.25 0 0.25 0.25 ...
$ Pretest_Division           : num  0 0 0 0 0.25 0 0 0 0 0.25 ...
$ Pretest_Combinadas         : num  0 0.25 0 0 0 0 0.25 0 0 0.25 ...
$ Pretest_Problemas          : num  0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.25 ...
$ Pretest_Total              : num  1 0.5 0.25 0.25 1.25 0.25 0.5 0 0.25 1 ...
$ Postest_Multiplicacion_P1  : num  1 1 0.5 1 1 1 0.5 1 0 1 ...
$ Postest_Division_P2        : num  1 1 0.25 1 1 1 0.25 1 0 1 ...
$ Postest_Combinadas_P4...17 : num  0.25 0 0 0 1 0.25 0 0 0 0.25 ...
$ Postest_Combinadas_P4...18 : num  0 0 0 0.5 0.5 0 0 0.25 0 0.75 ...
$ Postest_Problema_P5        : num  0 1 0.25 0 0 0 0 0 0 0 ...
$ Postest_Problema_P6        : num  0 3 0 0.25 0.25 0 0 0 0 0.25 ...
$ Postest_Multiplicacion     : num  1 1 0.5 1 1 1 0.5 1 0 1 ...
$ Postest_Division           : num  1 1 0.25 1 1 1 0.25 1 0 1 ...
$ Postest_Combinadas         : num  0.25 0 0 0.5 1.5 0.25 0 0.25 0 1 ...
$ Postest_Problemas          : num  0 4 0.25 0.25 0.25 0 0 0 0 0.25 ...
$ Postest_Total              : num  2.25 6 1 2.75 3.75 2.25 0.75 2.25 0 3.25 ...
```

Figura C 3 Análisis Detallado 3

```
> # Convertir variables categóricas a factores
> datos_completos$Género <- as.factor(datos_completos$Género)
> datos_completos$Experiencia_Metodo_Singapur <- as.factor(datos_completos$Experiencia
_Metodo_Singapur)
> datos_completos$NEE <- as.factor(datos_completos$NEE)
> # Crear variables adicionales necesarias para ANOVA
> datos_completos$Mejora <- datos_completos$Postest_Total - datos_completos$Pretest_To
tal
> datos_completos$Diferencia_Total <- datos_completos$Mejora  # Alias para ANOVA
> # Crear variable de nivel de conocimiento previo (si no existe)
> if(!"Nivel_Previo" %in% colnames(datos_completos)) {
+   datos_completos$Nivel_Previo <- cut(datos_completos$Rendimiento_Previo_Mat,
+                                      breaks = 3,
+                                      labels = c("Bajo", "Medio", "Alto"))
+ }
> # Crear variable de profesor (si no existe, asignar aleatoriamente para ejemplo)
> if(!"Profesor" %in% colnames(datos_completos)) {
+   set.seed(123)  # Para reproducibilidad
+   datos_completos$Profesor <- factor(sample(c("Profesor_A", "Profesor_B", "Profesor_
C"),
+                                            nrow(datos_completos),
+                                            replace = TRUE))
+ }
> # ================================================================================
> # 2. ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE LA MUESTRA
> # ================================================================================
```

Figura C 4 Características de la Muestra

```
> # ============================================================================
> #                   CARACTERÍSTICAS DE LA MUESTRA
> # ============================================================================
> # Tamaño de la muestra
> cat("Número total de estudiantes:", nrow(datos_completos), "\n\n")
Número total de estudiantes: 32

> # Edad de los estudiantes
> cat("EDAD DE LOS ESTUDIANTES:\n")
EDAD DE LOS ESTUDIANTES:
> cat("Edad promedio:", round(mean(datos_completos$Edad), 1), "años\n")
Edad promedio: 12.2 años
> cat("Edad mínima:", min(datos_completos$Edad), "años\n")
Edad mínima: 11 años
> cat("Edad máxima:", max(datos_completos$Edad), "años\n\n")
Edad máxima: 13 años

> # Distribución por género
> cat("DISTRIBUCIÓN POR GÉNERO:\n")
DISTRIBUCIÓN POR GÉNERO:
> tabla_genero <- table(datos_completos$Género)
> print(tabla_genero)

 Femenino Masculino 
       15        17 
> cat("Porcentajes:\n")
Porcentajes:
> print(round(prop.table(tabla_genero) * 100, 1))

 Femenino Masculino 
     46.9      53.1 
> cat("\n")

> 
> # Necesidades educativas especiales
> cat("NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES:\n")
NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES:
> tabla_nee <- table(datos_completos$NEE)
> print(tabla_nee)

Discalculia     Ninguna 
          1          31 
> cat("Porcentajes:\n")
Porcentajes:
> print(round(prop.table(tabla_nee) * 100, 1))

Discalculia     Ninguna 
        3.1        96.9 
> cat("\n")

> # Rendimiento previo en matemáticas
> cat("RENDIMIENTO PREVIO EN MATEMÁTICAS:\n")
RENDIMIENTO PREVIO EN MATEMÁTICAS:
> cat("Promedio:", round(mean(datos_completos$Rendimiento_Previo_Mat), 2), "\n")
Promedio: 9.39
> cat("Desviación estándar:", round(sd(datos_completos$Rendimiento_Previo_Mat), 2), 
"\n\n")
Desviación estándar: 0.57

> tabla_nivel_previo <- table(datos_completos$Nivel_Previo)
> print(tabla_nivel_previo)

 Bajo Medio  Alto 
    5     8    19 
> tabla_profesor <- table(datos_completos$Profesor)
> print(tabla_profesor)

Profesor_A Profesor_B Profesor_C 
         9         11         12 
```

Figura C 5 Análisis Pre-test y Post-test

```
> # ==============================================================================
> # 3. ANÁLISIS DE RESULTADOS PRE-TEST Y POST-TEST
> #
> # Calcular estadísticas básicas para pre-test y post-test
> cat("RESULTADOS PRE-TEST (antes de la intervención):\n")
RESULTADOS PRE-TEST (antes de la intervención):
> cat("Promedio general:", round(mean(datos_completos$Pretest_Total), 2), "\n")
Promedio general: 0.55
> cat("Desviación estándar:", round(sd(datos_completos$Pretest_Total), 2), "\n")
Desviación estándar: 0.57
> cat("Puntuación mínima:", min(datos_completos$Pretest_Total), "\n")
Puntuación mínima: 0
> cat("Puntuación máxima:", max(datos_completos$Pretest_Total), "\n\n")
Puntuación máxima: 2.25

> cat("RESULTADOS POST-TEST (después de la intervención):\n")
RESULTADOS POST-TEST (después de la intervención):
> cat("Promedio general:", round(mean(datos_completos$Postest_Total), 2), "\n")
Promedio general: 3.31
> cat("Desviación estándar:", round(sd(datos_completos$Postest_Total), 2), "\n")
Desviación estándar: 2.2
> cat("Puntuación mínima:", min(datos_completos$Postest_Total), "\n")
Puntuación mínima: 0
> cat("Puntuación máxima:", max(datos_completos$Postest_Total), "\n\n")
Puntuación máxima: 8

> cat("MEJORA OBTENIDA (Post-test - Pre-test):\n")
MEJORA OBTENIDA (Post-test - Pre-test):
> cat("Mejora promedio:", round(mean(datos_completos$Mejora), 2), "puntos\n")
Mejora promedio: 2.76 puntos
> cat("Desviación estándar:", round(sd(datos_completos$Mejora), 2), "\n")
Desviación estándar: 2.17
> cat("Mejora mínima:", min(datos_completos$Mejora), "\n")
Mejora mínima: -0.25
> cat("Mejora máxima:", max(datos_completos$Mejora), "\n\n")
Mejora máxima: 7.5

> # Porcentaje de estudiantes que mejoraron
> estudiantes_mejoraron <- sum(datos_completos$Mejora > 0)
> porcentaje_mejora <- round((estudiantes_mejoraron / nrow(datos_completos)) * 100, 1)
> cat("Estudiantes que mejoraron:", estudiantes_mejoraron, "de", nrow(datos_completo
s))
Estudiantes que mejoraron: 30 de 32
> cat(" (", porcentaje_mejora, "%)\n\n")
 ( 93.8 %)
```

Figura C 6 Análisis por Componentes Multiplicación

```
> # ================================================================================
> # 4. ANÁLISIS POR COMPONENTES (Multiplicación, División, etc.)
> # ================================================================================
>
> # ================================================================================
> #                     ANÁLISIS POR COMPONENTES
> # ================================================================================
> # Función simple para analizar cada componente
> analizar_componente <- function(nombre, pretest, postest) {
+   cat("COMPONENTE:", toupper(nombre), "\n")
+   cat("Pre-test promedio:", round(mean(pretest), 2), "\n")
+   cat("Post-test promedio:", round(mean(postest), 2), "\n")
+   mejora <- mean(postest) - mean(pretest)
+   cat("Mejora promedio:", round(mejora, 2), "\n")
+
+   # Prueba t simple
+   resultado_t <- t.test(postest, pretest, paired = TRUE)
+   cat("¿La mejora es significativa? (p-valor):", round(resultado_t$p.value, 4),
"\n")
+   if(resultado_t$p.value < 0.05) {
+     cat("SÍ es significativa (p < 0.05)\n")
+   } else {
+     cat("NO es significativa (p >= 0.05)\n")
+   }
+   cat("\n")
+ }
> # Analizar cada componente
> t.test(datos_completos$Postest_Multiplicacion, datos_completos$Pretest_Multiplicacio
n, paired = TRUE)

        Paired t-test

data:  datos_completos$Postest_Multiplicacion and datos_completos$Pretest_Multiplicaci
on
t = 5.3547, df = 31, p-value = 7.766e-06
alternative hypothesis: true mean difference is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.2998847 0.6688653
sample estimates:
mean difference
       0.484375

> analizar_componente("Multiplicación",
+                     datos_completos$Pretest_Multiplicacion,
+                     datos_completos$Postest_Multiplicacion)
COMPONENTE: MULTIPLICACIÓN
Pre-test promedio: 0.36
Post-test promedio: 0.84
Mejora promedio: 0.48
¿La mejora es significativa? (p-valor): 0
SÍ es significativa (p < 0.05)

> t.test(datos_completos$Postest_Division, datos_completos$Pretest_Division, paired =
TRUE)
```

Figura C 7 Análisis por Componentes

```
        Paired t-test

data:  datos_completos$Postest_Division and datos_completos$Pretest_Division
t = 11.042, df = 31, p-value = 2.853e-12
alternative hypothesis: true mean difference is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.5923638 0.8607612
sample estimates:
mean difference
      0.7265625

> analizar_componente("División",
+                    datos_completos$Pretest_Division,
+                    datos_completos$Postest_Division)
COMPONENTE: DIVISIÓN
Pre-test promedio: 0.06
Post-test promedio: 0.79
Mejora promedio: 0.73
¿La mejora es significativa? (p-valor): 0
Sí es significativa (p < 0.05)

> t.test(datos_completos$Postest_Combinadas, datos_completos$Pretest_Combinadas, paire
d = TRUE)

        Paired t-test

data:  datos_completos$Postest_Combinadas and datos_completos$Pretest_Combinadas
t = 5.2518, df = 31, p-value = 1.043e-05
alternative hypothesis: true mean difference is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.4205099 0.9544901
sample estimates:
```

```
         0.6875

> analizar_componente("Operaciones Combinadas",
+                    datos_completos$Pretest_Combinadas,
+                    datos_completos$Postest_Combinadas)
COMPONENTE: OPERACIONES COMBINADAS
Pre-test promedio: 0.07
Post-test promedio: 0.76
Mejora promedio: 0.69
¿La mejora es significativa? (p-valor): 0
Sí es significativa (p < 0.05)

> t.test(datos_completos$Postest_Problemas, datos_completos$Pretest_Problemas, paired
= TRUE)

        Paired t-test

data:  datos_completos$Postest_Problemas and datos_completos$Pretest_Problemas
t = 3.2124, df = 31, p-value = 0.003064
alternative hypothesis: true mean difference is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.3137729 1.4049771
sample estimates:
mean difference
       0.859375

> analizar_componente("Problemas",
+                    datos_completos$Pretest_Problemas,
+                    datos_completos$Postest_Problemas)
COMPONENTE: PROBLEMAS
Pre-test promedio: 0.06
Post-test promedio: 0.92
Mejora promedio: 0.86
¿La mejora es significativa? (p-valor): 0.0031
Sí es significativa (p < 0.05)
```