

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas****Departamento de Matemáticas**

PERIODO:	2026 PAO I	MATERIA:	Estadística – ESTG1034
EVALUACIÓN:	I Parcial	PROFESORES:	Bauz S./Crow P./Gómez A./Pivaque G./Roa H./Tenesaca R.
FECHA:	2 de julio de 2026	PUNTAJE:	/100

COMPROMISO DE HONOR

Yo, _____, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual; que puedo utilizar únicamente una calculadora sencilla para cálculos aritméticos, lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y que no debo consultar libros, notas ni apuntes adicionales. Los temas deben desarrollarse de manera ordenada y toda conclusión debe sustentarse en la información disponible.

“Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad; por eso no copio ni dejo copiar.”

Firma: _____**Matrícula:** _____**Paralelo:** _____

Instrucción general. Identifique, a partir de cada situación, el procedimiento o modelo pertinente. Muestre el razonamiento esencial y fundamente toda conclusión o recomendación con los datos disponibles. El cálculo sin interpretación y la opinión sin evidencia recibirán valoración parcial. El examen está diseñado para desarrollarse en aproximadamente 100 minutos; utilice los 20 minutos restantes para revisar sus respuestas.

TEMA 1.**(20 puntos)**

Un banco utiliza un sistema automatizado para clasificar las transacciones de sus clientes como *fraudulenta* o *legítima*.

Las transacciones se originan en tres canales bancarios que participan en el total de operaciones en las siguientes proporciones: banca en línea (50 %), cajero automático ATM (30 %) y sucursal física (20 %).

A partir de registros históricos, se conoce lo siguiente:

- En la banca en línea, aproximadamente el 8 % de las transacciones resultan fraudulentas.
- En los cajeros automáticos (ATM), aproximadamente el 5 % de las transacciones resultan fraudulentas.
- En las sucursales físicas, aproximadamente el 1 % de las transacciones resultan fraudulentas.

a) (4 puntos) Organice la información mediante una representación gráfica (diagrama de árbol o diagrama de Venn) que muestre las rutas posibles desde el canal de origen hasta el estado final de la transacción. Coloque las probabilidades correspondientes.

b) (4 puntos) Para una transacción seleccionada al azar, determine la probabilidad de que resulte fraudulenta. Expresé el resultado también como una cantidad esperada por cada 1000 transacciones.

c) (4 puntos) Una transacción ha sido identificada como fraudulenta. Determine qué tan probable es que haya sido realizada mediante banca en línea y explique por qué ese resultado no coincide con el 8% indicado para ese canal en el enunciado.

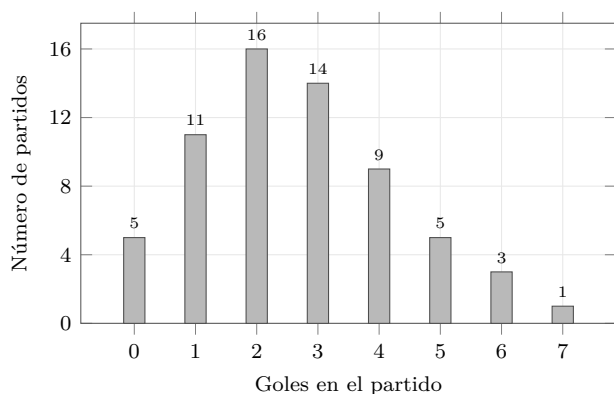
d) (8 puntos) Un directivo sostiene: “La mayor parte de las transacciones fraudulentas procede de la banca en línea; por tanto, trasladar esas operaciones al ATM reduciría el fraude en la misma proporción”. Evalúe la afirmación y proponga una prioridad de intervención. En su análisis diferencie el riesgo observado dentro de cada canal de su aporte al total de transacciones fraudulentas, e indique dos datos adicionales que deberían revisarse antes de asignar recursos.

TEMA 2.

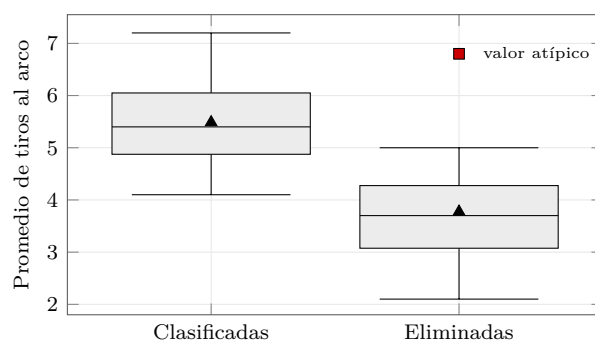
(20 puntos)

Los gráficos corresponden a un mundial de fútbol simulado. El gráfico 1 resume los 64 partidos disputados. El gráfico 2 compara el promedio de tiros al arco por partido de 16 selecciones clasificadas y 16 eliminadas. En el diagrama de caja, la línea interior representa la mediana y el triángulo representa la media.

**Gráfico 1. Total de goles por partido
(64 partidos)**



**Gráfico 2. Tiros al arco por partido
(promedio por selección)**



a) (5 puntos) Redacte una descripción estadística de la distribución de goles por partido. Considere qué resultado representa mejor a los partidos habituales, dónde se concentra la mayor parte de los datos, la forma de la distribución y los resultados poco frecuentes.

b) (4 puntos) Un periodista afirma: “En este mundial predominaron los partidos de alta anotación, pues la mayoría tuvo al menos cuatro goles”. Determine si los datos respaldan la afirmación y sustente cuantitativamente su respuesta.

c) (6 puntos) Compare el comportamiento de las selecciones clasificadas y eliminadas. Considere el nivel típico, la dispersión, la superposición de los valores y cualquier observación inusual. A partir de ello, evalúe la afirmación: “Toda selección clasificada realizó más tiros al arco que cualquier selección eliminada”.

d) (5 puntos) El cuerpo técnico plantea aumentar el número de tiros al arco como principal estrategia para clasificar. Emita una recomendación basada en el gráfico, señale una limitación de la información disponible e indique una variable adicional que debería analizarse antes de adoptar la decisión.

TEMA 3.**(20 puntos)**

Una conocida plataforma de entrega de comida a domicilio en Guayaquil registra que el tiempo de entrega (en minutos) de los pedidos realizados durante los entretiempos de los partidos de fútbol sigue una distribución Continua Uniforme en el intervalo cerrado $[80, 105]$ minutos debido al colapso del tráfico vial.

a) (5 puntos) Defina la función de densidad de probabilidad, de esta variable aleatoria continua.

b) (7 puntos) Calcule la probabilidad de que un pedido seleccionado al azar tarde más de 90 minutos en ser entregado y obtenga la media (μ) y la varianza (σ^2) de los tiempos de entrega.

c) (8 puntos) Si se sabe que un pedido ya ha demorado más de 85 minutos, ¿cuál es la probabilidad de que su tiempo total de entrega supere los 95 minutos? Si se seleccionan dos pedidos independientes realizados en el mismo intervalo, pruebe que ambos superen de forma consecutiva el umbral de los 90 minutos.

TEMA 4.**(20 puntos)**

En una planta de producción de polímeros, el contenido de humedad X de los lotes, medido en g/kg, sigue una distribución normal con media μ y desviación estándar σ , ambas desconocidas. En cada turno se selecciona una muestra aleatoria e independiente de 25 lotes y se reporta el contenido medio de humedad, representado por $\bar{X}$. Los registros históricos establecen que el percentil 90 del contenido medio muestral es 83,84 g/kg y el percentil 8 es 75,78 g/kg.

a) (7 puntos) Escriba la distribución de $\bar{X}$ e indique su media y su desviación estándar en función de μ y σ . Luego plantee las dos ecuaciones asociadas con los percentiles dados y determine la media μ y la desviación estándar σ del contenido de humedad de los lotes. Presente el procedimiento y las unidades correspondientes.

b) (6 puntos) El departamento de control de calidad considera óptimos aquellos turnos cuyo contenido medio de humedad se encuentra entre 78 g/kg y 85 g/kg, rango que garantiza la calidad del polímero sin riesgo de degradación ni de exceso de secado. Con los parámetros obtenidos en el literal anterior, calcule la probabilidad de que un turno sea clasificado como óptimo e interprete el resultado en términos del control de calidad de la planta.

c) (4 puntos) Sin modificar el proceso de producción, el supervisor propone aumentar de 25 a 100 el número de lotes inspeccionados por turno. Determine la media y el error estándar de la nueva distribución de $\bar{X}$ y compárelos con los correspondientes a $n = 25$. Explique con precisión si este cambio mejora el contenido de humedad del proceso o únicamente modifica la variabilidad del promedio muestral utilizado para supervisarlos.

d) (3 puntos) A partir de los resultados anteriores, proponga una acción que pueda mejorar realmente el proceso de producción y una acción que mejore la confiabilidad de su seguimiento estadístico. Explique brevemente por qué ambas acciones cumplen funciones diferentes.

TEMA 5.**(20 puntos)**

Una empresa de telecomunicaciones evalúa el desempeño diario de un representante de ventas telefónicas. La probabilidad de concretar una venta en una llamada es de 0,15. Se supone que las llamadas son independientes y que dicha probabilidad permanece constante durante toda la jornada.

En un día de trabajo, el representante realiza 20 llamadas.

La empresa estima que:

- cada llamada realizada tiene un costo operativo de \$0,80;
- por cada venta concretada se obtiene un ingreso de \$35;
- por cada venta realizada se incurre posteriormente en un costo administrativo de \$4.

Además, la experiencia histórica muestra que las llamadas de clientes que vuelven a comunicarse durante una jornada para solicitar información adicional ocurren de manera aleatoria e independiente, con un promedio de 3 llamadas por jornada.

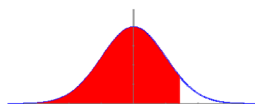
a) (4 puntos) Defina las variables aleatorias necesarias para estudiar el número de ventas y las llamadas de clientes que vuelven a comunicarse. Seleccione un modelo para cada una y justifique la elección a partir de las características del contexto.

b) (5 puntos) Determine la probabilidad de no concretar ventas en las primeras 10 llamadas y la probabilidad de concretar más de tres ventas en toda la jornada. Explique qué aspecto distinto del desempeño representa cada resultado.

c) (6 puntos) Exprese el resultado económico neto diario en función del número de ventas. Determine su valor esperado y la probabilidad de terminar la jornada con pérdida. Explique por qué un resultado esperado favorable no elimina el riesgo diario.

d) (5 puntos) El representante puede atender como máximo tres llamadas de clientes que vuelven a comunicarse por jornada. Determine la probabilidad de que la demanda exceda esa capacidad. La empresa considera aceptable un riesgo máximo de sobrecarga del 20 %; evalúe la capacidad actual y formule una recomendación.

Probabilidades acumuladas de la normal estándar $P(Z \leq z)$, $Z \sim N(0, 1)$.



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974

Formulario I Parcial

DATOS AGRUPADOS	COVARIANZA
$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i m_i$ $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k f_i (m_i - \bar{x})^2$ $\tilde{x} = L_i + \frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} a_i$ $Mo = L_i + \frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} a_i$ $AC = \frac{x_{(n)} - x_{(1)}}{k}$	$S_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ $r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y}$ PROBABILIDAD $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)}$ $P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ $P(B) = \sum_{i=1}^k P(A_i) P(B A_i)$ $P(A_i B) = \frac{P(A_i) P(B A_i)}{\sum_{j=1}^k P(A_j) P(B A_j)}$

Momento con respecto al origen	Momento con respecto a la media
Discreta: $E(X^r) = \sum_x x^r f(x)$ Continua: $E(X^r) = \int_{-\infty}^{\infty} x^r f(x) dx$	Discreta: $\mu_r = \sum_x (x - \mu)^r f(x)$ Continua: $\sigma^2 = E(X^2) - [E(X)]^2$ $E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx$

MODELOS ALEATORIOS DISCRETOS	MODELOS ALEATORIOS CONTINUOS
Binomial: $X \sim B(n, p)$ $P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$ $E(X) = np, \quad V(X) = np(1-p)$ Binomial Negativa: $X \sim BN(k, p)$ $P(X = x) = \binom{x-1}{k-1} p^k (1-p)^{x-k}$ $E(X) = \frac{k}{p}, \quad V(X) = \frac{k(1-p)}{p^2}$ Poisson: $X \sim P(\lambda)$ $P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$ $E(X) = \lambda, \quad V(X) = \lambda$	Uniforme: $X \sim U(a, b)$ $f(x) = \frac{1}{b-a}, \quad a \leq x \leq b$ $E(X) = \frac{a+b}{2}, \quad V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$ Normal: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$ Normal estándar: $Z \sim N(0, 1)$ $Z = \frac{x-\mu}{\sigma}, \quad f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2}$ Exponencial: $X \sim E(\beta)$ $f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta}, \quad \beta > 0 \quad F(X) = 1 - e^{-\frac{x}{\beta}}$ $E(X) = \beta, \quad V(X) = \beta^2$

TEOREMA DEL LÍMITE CENTRAL
$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \longrightarrow N(0, 1)$