

Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas 	Escuela Superior Politécnica del Litoral Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas	
	Materia: Matemáticas Discretas	Fecha: 03/07/2026
	Profesores: Cristhian Hernández, Ebner Pineda, Jennifer Avilés	
	Periodo y Año: I PAO 2026	
	Estudiante:	
Matrícula:		
Paralelo:		
EXAMEN DE PRIMERA EVALUACIÓN		
COMPROMISO DE HONOR Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación. Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración. _____ <i>“Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar”.</i>		

1. (20 puntos) Califique las siguientes proposiciones como verdaderas o falsas. Si la proposición es verdadera, demuéstrela formalmente; en caso contrario, proporcione un contraejemplo o justifique adecuadamente.

(a) El término independiente del desarrollo del binomio $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^6$ es 240. (5 puntos).

(b) Sean $a, d \in \mathbb{Z}^+$. Si d divide a $(a^2 + 5)$ y d divide a $(a + 2)$, entonces d divide a 7.
(5 puntos).

(c) Sean f y g dos funciones de A en B . Si f y g son inyectivas, entonces $f + g$ es inyectiva.
(5 puntos).

(d) $\forall n \geq 2, \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil < n.$ (5 puntos).

2. (20 puntos) Sea el símbolo $\square$ un operador lógico desconocido que pertenece al conjunto $\{\wedge, \vee, \underline{\vee}, \rightarrow, \leftrightarrow, \neg\}$. **Sin usar tablas de verdad**, determine el operador $\square$ que hace que la siguiente afirmación sea correcta:

$$[\neg(p \square q) \vee (p \wedge \neg q)] \iff \neg(p \rightarrow q)$$

3. (20 puntos) Sean A y B dos conjuntos contenidos en un universo U . Si se conoce que $A \cap B = \emptyset$:

(a) Demuestre que $A - B \subseteq A$. (5 puntos).

(b) Demuestre que $A \subseteq \overline{B}$. (8 puntos).

(c) Demuestre que $A - B = A$. Puede usar las afirmaciones de los items anteriores aún si no los consiguió demostrar. (7 puntos).

4. (20 puntos) Sea $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una sucesión de números reales **no negativos**. Utilizando inducción matemática, demuestre que para todo $n \in \mathbb{N}$:

$$\prod_{i=1}^n (1 + a_i) \geq 1 + \sum_{i=1}^n a_i.$$

5. (20 puntos) Considere el conjunto S de todos los números enteros positivos menores o iguales a 255. Para $x \in S$, definimos $B(x)$ como la cantidad de dígitos 1 de la representación en base 2 de x , por ejemplo, $B(5) = 2$ porque $5_{10} = 101_2$ y 101_2 contiene 2 unos. Se define sobre S la relación R como sigue:

$$x R y \iff B(x) = B(y).$$

Partiendo de que R es una relación de equivalencia. Determine cuántos elementos posee la clase de equivalencia de mayor cardinalidad.

Observe que: $[1] = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128\}$ porque todos esos números tienen exactamente un 1 en su representación binaria.