FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA

LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES Y EL PROGRAMAMIENTO DINÁMICO

Noviembre 1964
Por: Ing. Hugo Tobar

Los métodos científicos han hecho posible el gran desarrollo tecnológico de la humanidad, comprendiendo y prediciendo el comportamiento de los fenómenos naturales y haciendo que la estructura de la sociedad en el campo industrial, se torne cada día más y más compleja, produciendo influencias decisivas en el comportamiento mismo del hombre.

Los métodos científicos que utilizan el análisis matemático han invadido otro campo que el solo estudio de los fenómenos naturales, han entrado con paso firme al complejo mundo del desenvolvimiento y asunto de las gentes. Existía un campo en el cual el método científico no había incursionado y gracias al desarrollo natural de las cosas, si se hizo posible. El estudio de esta área se conoce como: Investigación de Operaciones, Análisis Operacional o simplemente Evaluación. De este análisis se obtienen resultados aproximados a veces pero que de todos modos son muy útiles, ya que sirven de mucho para dirigir u organizar empresas y operaciones, en las que está de por medio el hombre como elemento dinámico.

Como es lógico suponer, esta nueva ciencia aplicada es y ha sido desarrollada por los países precursores del adelanto científico, pero

países como el Ecuador tienen también todo el derecho para incursionar en estos campos cuando se hace el esfuerzo necesario y más que todo, existe el deseo de avanzar aún conociendo que se dispone de limitados recursos. Estos se han manifestado en cierta forma en algunas aplicaciones económicas y de planificación de organismos afines.

LA NATURALEZA DE LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

La Investigación de Operaciones nació durante la Segunda Guerra Mundial por las necesidades de la Guerra; es un procedimiento o método científico, que aplicado a las diferentes operaciones en las que se juegan incluso aspectos humanos y personales, se obtienen bases cuantitativas que son los fundamentos para tomar las decisiones, siendo luego de mucha utilidad para los ejecutivos.

La Investigación de Operaciones es de utilidad para los escalones ejecutivos; ya sea el comandante en jefe de una fuerza militar, el vicepresidente a cargo de las operaciones de una industria, o el director de una actividad gubernamental. La Investigación de Operaciones es por lo tanto, una ciencia aplicada que utiliza todas las técnicas científicas y las herramientas necesarias para resolver problemas específicos. La Investigación de Operaciones usa las matemáticas y no por eso es una rama de las matemáticas; utiliza los resultados del estudio del tiempo y movimiento, pero sin llegar a ser la Ingeniería de la eficiencia; como el ingeniero civil usa el resultado de la ciencia para construir un puente, ayuda al ejecutivo a

través de sus técnicas a tomar decisiones. Es necesario que la Investigación de Operaciones no deba clasificarse como una rama de la Ingeniería, ya que las ramas de la ingeniería, reconocidas a la fecha, están todas envueltas en la construcción o producción de equipos, mientras que la Investigación de Operaciones abarca su uso. El ingeniero es el consejero del constructor y el productor del equipo, mientras que el analista de operaciones es el consejero del que lo usa.

Es fácil notar que las técnicas de presentación de los resultados, son de vital importancia; todos los métodos científicos implican la distribución de los resultados a otras personas. En este trabajo, los resultados tienen que ser distribuidos a personas no científicas o no técnicas; y ningún proyecto científico en este campo puede considerarse completo, hasta que los resultados logrados por el científico, sean entregados o comunicados a los ejecutivos, de una manera tal que los ayude a tomar decisiones.

La Investigación de Operaciones es muy utilizable en actividades no militares. Las razones para su nacimiento en la Segunda Guerra Mundial no son difíciles de encontrar; durante esa contienda los intereses nacional y la defensa de vida, hubo que recurrir a los mejores artificios que el hombre podría imaginar; en cambio en el campo industrial, la lucha es tan solo por dinero.

La necesidad de que el científico entre en esta área es fundamental conforme se desarrolla esta ciencia y sus beneficios se hacen más obvios;

durante la guerra fue posible introducir en este campo a varios hombres muy hábiles, lo que no se pudo hacer en tiempo de paz. La creación de una nueva ciencia aplicada, requiere mucha habilidad e iniciativa científica, como se necesita en la ciencia pura. En el presente caso, fue necesario introducir a científicos de alto calibre en los inicios de esta ciencia, quienes hicieron posible su desarrollo, pero en tiempo de paz, estos científicos están interesados más en el campo de la ciencia pura.

EL CAMPO DE LA INVESTIGACIÓN

La historia está llena de casos en las que el hombre ha desarrollados todo su ingenio para resolver problemas operacionales; uno de los campos que ha sobresalido es el de la guerra, con su excepcional talento para diseñar e idear armas para su propia destrucción. Aproximadamente, casi todas las armas de la antiguedad tienen su correspondiente moderno: lanzas filudas, flechas de piedra, cuchillos y sables, tienen su semejanza en las bayonetas y arpones de los comandos; del mismo modo, el fuego griego resulta el precursor de las bombas napalm.

La industria también ha sido desarrollada por el ingenio humano; que desde las pieles de los animales, su propia espada y musculos para su transporte, ha llegado a las finas sedas y los sofisticados aviones supersónicos, los submarinos nucleares y los elegantes y cómodos automóviles. Se ha llegado pues a esta etapa, gracias a la creatividad, la invasión y en la

gran mayoría de los casos, a métodos de experimentación y más experimentación.

La investigación y desarrollo habían alcanzado los campos de incumbencia sólo de los fenómenos naturales, pero como las técnicas matemáticas se desarrollaron y refinaron muchos otros aspectos como los humanos han sido posibles de ser analizados.

La Investigación de Operaciones nació cuando se comenzó a usar técnicas analíticas para la predicción de los resultados de los juegos al azar; y los hombres como Taylor, Erlang, Lanchester y Edison fueron los pioneros. Al final del siglo XIX, los iniciadores de la Gerencia y Administración Industrial, hicieron posible la creación de nuevas técnicas para la producción y planeamiento industrial.

En 1885 Taylor fue el que empleó los sistemas de análisis científico para mejorar los métodos de producción, haciendo muchas publicaciones sobre esta materia.

En 1917 el matemático danés Erlang publicó el trabajo llamado "SOLUCIONES A ALGUNOS PROBLEMAS DE LA TEORIA DE PROBABILIDAD PARA CENTRALES TELEFONICAS". Su estudio consistía en el análisis de los tiempos de espera de las llamadas, basado en principios del equilibrio estadístico.

En Inglaterra, Lanchester realizó un estudio del uso de fórmulas matemáticas para analizar la guerra aérea que fue publicada en 1916. En sus estudios, analizó en enfrentamiento de fuerzas,

desarrollando para esto las leyes cuadrática y lineal que rigen las acciones bélicas.

En los Estados Unidos, Thomas Edison durante la Primera Guerra Mundial usó un tablero de juegos tácticos para graficar y analizar la efectividad de la técnica de zigzagueo de los buques mercantes para evitar ser destruidos por los buques enemigos.

Fue durante la Segunda Guerra Mundial, que comenzó la organización y el asentamiento definitivo como la ciencia de la Investigación de Operaciones. Al principio de la Guerra, cuando los aliados luchaban por el dominio aéreo en Europa, se hizo un análisis operacional de la efectividad de las fuerzas propias y siguiendo los resultados obtenidos se llegaron a mejorar las técnicas, con resultados sorprendentes. Para conseguir estos resultados se hizo un profundo estudio de la influencia del entrenamiento, de la capacidad de carga de los aviones, su tipo y características, en la exactitud y poder destructivo durante las misiones de bombardeo.

Casi paralelo al desarrollo de la aplicación de la Investigación de Operaciones en el campo militar ha sido en los campos industrial y gubernamental, incluyendo aplicaciones urbanistas, sanitarias, etc., etc.

Los campos especiales o ramificaciones del industrial son varios, los cuales se tratan luego:

El programamiento Lineal, que tiene una gran aplicación para resolver problemas de optimización en la utilización de máquinas, en procedimientos de programación más efectivos de escalas de salarios, en la determinación de rutas de costo mínimo de industria de refinación de petróleo y el transporte, etc., etc.

La teoría de las Líneas de Espera, h atenido éxito sorprendente para manejar problemas de congestionamiento del flujo en la industria, en el comercio y en el transporte. Una aplicación sobresaliente de esta teoría, fue hecha por la Autoridad Portuaria de Nueva York, para aligerar las operaciones de tráfico en los túneles y rutas auxiliares que conducen a sus muelles.

La teoría de la Información, que es el análisis de los problemas de la transmisión de la información desde el punto de vista de los sistemas, en relación a los estudios convencionales que tratan de la capacidad de los equipos.

La teoría de los Juegos Competitivos, por la cual se analizan a organizaciones contendientes con sus propias estrategias, cuando quieren optimizar el resultado para su respectivo bando. Una aplicación militar muy común de esta teoría se encuentra en los "Juegos de Guerra" que para evaluación o fines académicos se conducen en las escuelas de Alto Mando.
La técnica de Control de Inventarios, ha sido otro campo que se ha desarrollado grandemente, produciendo una gran cantidad de modelos, para organizar óptimamente los pedido y evitar la escasez o el exceso.

El Programamiento Dinámico que trata esta charla:

El interés general de la aplicación de la Investigación de Operaciones a la industria, gobierno y acciones militares, ha hecho que esta ciencia sea incluida en muchas universidades de todo el mundo, como una nueva especialidad con sus diferentes niveles académicos. Entre las principales universidades que se iniciaron en este campo están: el Instituto Tecnológico de Massachusetts, la Universidad de Columbia, la Universidad de John Hopkins, el Instituto de Tecnología Case y la Universidad de Michigan. Otra gran indicación del crecimiento o del interés por esta ciencia, se demuestra con la creación de dos sociedades profesionales en los EE.UU., la Sociedad de Investigación de Operaciones de América y el Instituto de Ciencias de Administración. En Inglaterra, también se formó la Sociedad de Investigación de Operaciones al igual que en Francia e Italia: todas estas sociedades tienen publicaciones y boletines periódicos que difunden las novedades y adelantos de esta ciencia.

Con el advenimiento de las computadoras veloces, se espera que la Investigación de Operaciones abarque una mayor cantidad de áreas de las que actualmente ha conquistado, ya que en su forma de análisis y comprobación de problemas es de una gran adaptabilidad al lenguaje de los computadores análogos y digitales. En la educación y la sociología, se está haciendo ya realidad; se han obtenido sorprendentes resultados en el análisis de las tendencias de

las poblaciones debido al ambiente en que se desenvuelven.

El Programamiento Dinámico es un procedimiento muy útil para el estudio de procesos decisionales de varias etapas donde se necesita maximizar o minimizar una cantidad o una función de muchas variables independientes.

Las variables independientes, pueden ser numerosas y pueden estar sujetas a restricciones. El Programamiento Dinámico; puede también exitosamente aplicarse a los juegos de suma no cero que ordinariamente son difíciles de resolver. El Procedimiento o Métodos del Programamiento Dinámico, son de etapa a etapa y usa datos determinísticos o estocásticos y que da como resultado ya sea una solución única o una solución con una cierta distribución probabilística.

Las políticas o decisiones deben constituir un apolítica o decisiones óptimas en concordancia con el rendimiento resultante de la primera decisión. Es necesario comprender lo que es en realidad un proceso decisional de varias etapas.

Si se tiene un sistema físico "S" cuyo estado en cualquier instante es "t" y es especificado por un vector "p"; si se está con un sentido optimistico se puede visualizar los componentes de "p" como cantidades definidas de un sistema cartesiano de coordenadas, cuyas variables pueden ser posición, quizás temperatura, volumen y si acaso es un sistema económico, la oferta y la demanda. Si acaso no se conoce con exactitud la posición de "p" podemos determinar su

posición en forma probabilística y proceder en esto.

Con el pasar del tiempo este sistema puede estar sujeto a cambios ya sea de origen determinístico o estocástico, lo que quiere decir que las variables que describen el sistema pueden sufrir transformaciones. Se asume ahora que, en concordancia con lo anterior se toma un proceso en el que se tiene oportunidad de seguir las transformaciones que pueden ser aplicadas al sistema en cualquier momento. Un proceso de este tipo se lo llama "Decisional" donde cada decisión, equivale a una transformación. Si se va a hacer solo una única decisión, el proceso es de una etapa y, si se va a hacer una secuencia de decisiones se conoce el proceso como un proceso decisional de varias etapas.

En el caso por ejemplo de un punto en un espacio tridimensional, si escogemos su posición X, Y y Z, esto constituye un proceso de una etapa, pero si escogemos primero X, luego Y, y luego Z, este proceso es de varias etapas.

Un proceso común de varias etapas, es el que ocurre en los juegos de cartas por ejemplo, el sistema de ofertas en el juego de Bridge o las apuestas en el Pocker. En procesos económicos se encuentran programas de inversiones y políticas de aseguramiento. En el mundo científico también se encuentran estos problemas en el diseño de los experimentos e investigaciones.

Lo que se quiere aquí poner en claro, es que, en la vida moderna en las ofertas económicas,

industriales, científicas, incluso políticas y militares, se encuentran muy a menudo procesos de varias etapas. Algunos de estos tratan o resuelven con la experiencia, otros por la suerte y algunos son tan complejos que lo único que queda es hacer una evaluación aproximada y rogar que todo salga bien.

Los problemas anteriormente citados, día a día siguen haciéndose mayores con el desarrollo del mundo, y es necesario desarrollar sistemas o métodos para obtener resultados concordantes con las necesidades.

Para tratar este tipo de problemas, el matemático americano Richard Bellman, creó o desarrolló el sistema de Programamiento Dinámico, para solución de este tipo de problemas.

Se llama Programamiento Dinámico ya que resuelve problemas en los que el tiempo juega aun papel significante en los que el orden de las operaciones o su secuencia es lo crucial.

Para empezar la discusión se considera, un proceso de asignación de varias etapas de una estructura algo simple y que mantiene todos los elementos comunes a una gran variedad de procesos que ocurren en el análisis matemático, en los campos como cálculo ordinario, cálculo de variaciones, matemáticas económicas, etc. Primero se formulará el problema en términos clásicos, con el objeto de ilustrar las dificultades de este tratamiento directo. De esta forma se permitirá reemplazar el problema original de maximización de varias dimensiones

por el problema de resolver un sistema de relaciones en secuencia o repetición que tiene funciones de menores dimensiones.

Como una apreciación en el procedimiento, se trata el siguiente problema primeramente por el método clásico:

Se asume en un problema de asignación o una cantidad dada "X O" y que tiene que ser dividida entre "X y X-Y", se asume también que el rendimiento por esta asignación se obtiene:

R (X Y) = G(Y) H (X-Y) el que tiene que ser maximizado.

En un proceso de dos etapas, se supone que el precio o asignación para obtener un rendimiento "g(y)", la cantidad original "y" es reducida a "ay", donde y similarmente (x-y) es reducida a "b(x-y)", donde para obtener el rendimiento h(x-y) quedando la cantidad:

ay b(x-y) = x = y(x-y)
o y x

Haciendo con estas nuevas cantidades una nueva asignación, el rendimiento es:

g(y) h(x-y)

Por lo tanto el rendimiento para el proceso de dos etapas es:

R2 (X y Y) = g(Y) h(X-Y) g(X) h(X-Y)

El máximo es obtenido, maximizando esta función sobre la región de dos dimensiones determinada por las desigualdades

Si se mira luego a un proceso de N etapas, se repite la asignación anterior, N veces en sucesión, siendo por lo tanto el rendimiento de este proceso.

Para obtener el máximo rendimiento, se tiene que maximizar la función Rn sobre la región especial de N dimensiones de las variables donde la cantidad para asignación a fin de cada proceso era:

Para resolver la ecuación Rn, la forma sería obtener las derivadas parciales de esta función.

Lo que conduce al sistema de N ecuaciones de la forma:

Aparte de tener que resolver estas condiciones se tiene que comprobar los valores límites:

y i = 0 y i = xi

y todas las combinaciones ya que se está interesado en un problema del máximo o mínimo absoluto que es el problema de optimización. Esta es pues, la forma clásica de optimizar un problema de asignación.

Tratando este problema en la forma en que lo hace el Programamiento Dinámico utilizando la ecuación funcional, la solución es más expedita y el sistema y la complejidad matemática mucho más fácil y soluble.

Procediendo de esta forma se encuentra que Rn depende solamente en N y la cantidad inicial total.

Asumiendo que: sea igual al rendimiento máximo del proceso en la etapa N, y comenzando con X 0 y N = 1, 2,.... o sea que:
Analizando en consecuencia se tiene que, cuando N es igual a 1 o sea un proceso de una etapa:

El objetivo luego es obtener una ecuación para en términos de

En el proceso de dos etapas, el rendimiento total es igual de la primera, más el de la segunda etapa, en la que queda una cantidad "ay b(x-y) que ser asignada. Cualquiera que sea la cantidad "y" inicialmente asignada, "ay b(x-y) debe ser usada en la mejor manera en la etapa restante para obtenerse una alocación de dos etapas que maximiza. Esto es lo vital en este sistema.

Como consecuencia de la primera alocación si se obtiene un rendimiento total (ay b(x-y) de la segunda locación de este proceso de dos etapas, si "y" es escogida óptimamente. Por lo tanto, el rendimiento total de dos etapas es:

R2 (y y y1) = g(y) h(x-y) f(ay b(x-y)

Ya que "y" tiene que ser escogida para dar un máximo de la expresión anterior, se deriva la relación de repetición:

f2 (x) = Max g(y) (x-y) f (ay (x-y)

Que interrelaciono utilizando, esta argumentación para el proceso de N etapas se obtiene la Ecuación Funcional Básica.

Comenzando, con f1(x) se la usa para computar f2(x), que luego sirve para f3(x) y así en adelante, al fin de cada etapa no solo se obtiene sino que es la asignación óptima.

La solución consiste de una tabulación de la secuencia de funciones para:

Por lo tanto la solución al problema tiene la forma:

Donde yi es un conjunto de asignaciones que maximiza el rendimiento total de la etapa N
Un computador digital puede ser programado para imprimir la secuencia de valores y, y,.... Tabulando las secuencias.