CAPÍTULO IV

MODELO DE ESTIMACIÓN DE DEMANDA DEL SERVICIO DE TRANSPORTACIÓN URBANA PARA EL ECUADOR

En este capítulo se explicará cómo se ha determinado la demanda del transporte público urbano masivo a través de un modelo específico llamado Sistema de Gasto Lineal (Stone,1954). En la primera sección se demostrarán los fundamentos microeconómicos de este modelo que le dan ventaja frente a los modelos econométricos simples; se explicará el aspecto matemático del mismo para determinar las elasticidades (elasticidad precio de la demanda y elasticidad ingreso); y se indicarán también otras ventajas de este tipo de modelo así como, la aplicación que ha tenido en otros países; en la segunda sección del capítulo se realizará la estimación econométrica con las respectivas pruebas de bondad del modelo y sus correcciones.

Finalmente en las dos últimas secciones se analizarán los resultados para poder determinar conclusiones desde el punto de vista de política económica o de regulación sobre el servicio de transporte urbano masivo.

4.1. TEORIA DEL SISTEMA DE GASTO LINEAL

4.1.1. Fundamentos microeconómicos

Los sistemas de regresión lineal simple sin ninguna restricción; es decir una regresión de cantidad demandada de un bien con variables de demanda como: precio del bien y de bienes relacionados o ingresos de los consumidores; empíricamente puede manejarse pero se aleja de la teoría microeconómica que se fundamenta en el comportamiento racional del consumidor. El primer obstáculo con el que nos encontramos es que no se tiene la certeza de la forma funcional de la demanda (si es lineal o no); de allí se deriva el problema mayor en el que una demanda así estimada no cumple con las características teóricas de una función de demanda.

4.1.1.1. Las propiedades de la función de demanda

Las funciones de demanda marshallianas se determinan de la maximización de una función de utilidad sujeta a una restricción presupuestaria (la cual puede expresarse como ingreso o gasto total indistintamente) el problema planteado de manera formal, es el siguiente:

Max U(q) sujeta a $X = \Sigma p_k q_k$ donde U(q) es la utilidad del consumidor en función de los bienes a consumir y X es el gasto total distribuido en los diferentes k bienes.

De la resolución de este problema encontramos las llamadas demandas marshallianas[11] $q_i = g_i(x,p)$. Estas cumplen con algunas propiedades:

1. Las propiedades de agregación: Estas propiedades se derivan básicamente de la restricción presupuestaria; así tenemos que se debe cumplir que el valor total de la demanda sea igual al total de gasto, esto es:

$$X = \Sigma p_k q_k\ (x,p)$$

A partir de esta restricción se obtienen las propiedades de agregación de Engel y la agregación de Cuornot, derivando la restricción presupuestaria con respecto al gasto total (X) y con respecto al precio Pi respectivamente. Expresadas en términos de elasticidad éstas propiedades serían expresadas de la siguiente manera[12]:

Agregación de Engel: $\Sigma w_i e_i = 1$

donde w_i es la relación del consumo destinado al bien i sobre el total del gasto ($p_i q_i/x$) y e_i es la elasticidad ingreso del bien i. Esta condición indica que cambian las proporciones destinadas a los bienes cuando cambia el ingreso.

Agregación de Cuornot: $\Sigma w_k e_{ki} + w_i = 0$

donde e_{ki} es la elasticidad cruzada del bien k con el precio del bien i . Esta condición indica que si el precio del bien i se incrementa, la proporción del gasto en los demás bienes se reduce en la misma proporción.

2. La propiedad de homogeneidad : La demanda marshalliana es homogénea de grado cero en precios y gasto total, esto es que teniendo un escalar $\theta > 0$,

$$g_i\ (\theta x, \theta p) = g_i(x,p)$$

El significado económico de ésta propiedad es que considera que los consumidores son libres de ilusión monetaria; es decir, que al incrementarse su ingreso y los precios de los bienes en la misma proporción ellos estarían en la misma curva de demanda no la alterarían (lo que es un comportamiento racional), ésta

---

[11] Las demandas Hicksianas o compensadas se encuentran resolviendo el problema dual de este problema de maximización o con la ecuación de Slutsky desde las demandas marshallianas. Cabe anotar que el modelo de sistema de gasto lineal, nos arroja demandas marshallianas.

[12] La restricción presupuestaria al ser derivada para el total de gasto (x) nos queda la siguiente expresión $\Sigma pk\partial gk/\partial X = 1$,considerando que $w_i = p_i q_i/x$ y que la elasticidad es expresada como $e_i = (\partial gk/\partial x)(x/gk)$, hemos transformado la expresión de agregación multiplicándola y dividiéndola para g_k y x de manera que se altere y puedo ahora sí expresarla en términos de elasticidad como $\Sigma w_i e_i = 1$. Similar transformación se hizo con la agregación de Cuornot.

propiedad de homogeneidad puede reflejarse en términos de elasticidad de la siguiente manera:

$\Sigma\ e_{ki} + e_i = 0$, donde la sumatoria de las elasticidades precios propia y cruzadas más la elasticidad ingreso del bien es igual a cero.

3. La simetría de Slustky : en el caso de las demandas hicksianas, en donde las derivadas precio cruzado de las demandas hicksianas son simétricas, esto es, para todo $i \neq j$

$$\partial h_i(u,p)/\partial p_j = \partial h_j(u,p)/\partial p_i$$

El problema es que con una estimación de demanda a través de una regresión lineal simple sin restricción es que los resultados de estimación no cumplen con estas propiedades de la demanda, por lo tanto los resultados que se determinan de ella no se sujetan a la teoría del consumidor. Es así, que Stone (1954) plantea la estimación de la demanda a través de lo que se llamo sistema de gasto lineal, en donde se cumplen éstas tres restricciones.

4.2. DESARROLLO MATEMÁTICO DEL MODELO

Se mantiene el supuesto de que un grupo de consumidores comparten una función de utilidad que cada uno maximiza sujeto a una restricción presupuestaria, esto va a determinar que la función de demanda que se obtiene en el sistema de gasto lineal es la de un consumo agregado en una área determinada, la hipótesis adicional del sistema de gasto lineal es que una transformación monotónica de la función de utilidad toma la siguiente forma:

$$\bigcup = \sum_{i=1}^{N} mi \log(Ci - \theta i)$$

Donde Ci es el consumo del bien i, m_i y θ_i son los parámetros de la función de utilidad. Estableciendo el lagrangeano para maximizar la utilidad sujeta a la siguiente restricción,

$$\sum_{i=1}^{N} \mathrm{PiCi} = \mathrm{X}$$

Tenemos:

$$\mathrm{V} = \sum_{i=1}^{N} \mathrm{mi}\log(\mathrm{Ci} - \theta\mathrm{i}) + \lambda(\mathrm{D} - \sum_{i=1}^{N} \mathrm{PiCi})$$

donde λ es el multiplicador de Lagrange.

Las condiciones de primer orden $\partial V/\partial C_i = 0$, toma la forma

$$m_i = \lambda P_i\,(C_i - \theta_i) \qquad (1)$$

Imponiendo las condiciones de normalización de que la suma de m_i debe ser igual a 1, tenemos:

$$\sum_i \mathrm{mi} = \lambda(\sum_i \mathrm{PiCi} - \sum_i \mathrm{Pi}\theta) = 1$$

$$= \lambda(D - F) \qquad (2)$$

donde D es el gasto total y F esta definida por ΣPiθi.

Considerando la ecuación (1) y sustituyendo en ella el λ despejado de la ecuación 2 logramos una forma explícita de la demanda del bien i, de la siguiente manera:

$$\mathrm{PiCi} = \mathrm{Pi}\theta\mathrm{i} + \mathrm{mi}(\mathrm{D} - \mathrm{F}) \qquad (3)$$

Esta expresión puede ser interpretada de la siguiente manera: el parámetro θi es la mínima cantidad de consumo del bien i, o cantidad de subsistencia. Por lo tanto, F que está definida como ΣPiθi es el costo total de una canasta de consumo mínimo, es decir el costo de la canasta básica. Cualquier exceso entre el gasto total (D) y el consumo mínimo (F) es un margen que se asigna entre los diferentes bienes de acuerdo a la proporción mi, a éste parámetro se lo conoce como la participación marginal del ingreso (o gasto) que nos indica cómo los consumidores asignan sus ingresos por encima del nivel mínimo entre los diferentes bienes.

Esta demanda marshalliana del bien i, indica que el consumo en el bien i (PiCi) se determina realizando en primera instancia un consumo básico de ese bien (Piθi) y dejando un residuo (D- ΣPiθi) que es asignado entre los diferentes bienes de acuerdo al parámetro mi.

Es ésta demanda marshalliana, derivada de un proceso de maximización de utilidad, enmarcada en una teoría del consumidor, la que cumple con las propiedades de una función de demanda y es esta forma la que se estima econométricamente para determinar los parámetros θi y mi.

La simple diferenciación de la ecuación de consumo (3) con respecto al gasto total (D) muestra que la elasticidad de Engel (o elasticidad ingreso de la demanda) para el bien i es

$$\eta\text{i} = \frac{\partial \text{Ci}}{\partial \text{D}}\frac{\text{D}}{\text{Ci}} = \frac{\text{miD}}{\text{PiCi}}$$

Diferenciando la ecuación de consumo (3) con respecto al precio del bien Pi, muestra que la elasticidad precio de la demanda [13]es la siguiente

$$\eta\text{ii} = \frac{\partial \text{Ci}}{\partial \text{Pi}}\frac{\text{Pi}}{\text{Ci}} = -\eta\text{i}\ \rule{0.4em}{1.2em}\text{Pi}\theta\text{i}/\text{D}) + \sigma^{-}_{-}$$

donde σ es definido como (D-F)/D.

---

[13] No se presenta la elasticidad precio cruzado de la demanda; es decir, con algún bien relacionado, ya que el bien que se está trabajando no posee sustitutos cercano baratos, pero con este sistema de gasto lineal sí se puede determinar elasticidad precio cruzado diferenciando la ecuación de consumo con respecto al precio j y tenemos ηij = (∂Ci/∂Pj)(Pj/Ci) = -ηi(Pjθj/D)

4.3. LAS VENTAJAS DEL MODELO

El principal punto a favor de este modelo es como se ha dicho anteriormente que la función de demanda determinada cumple con la teoría del comportamiento del consumidor.

Otra de las grandes ventajas que presenta es que tiene gran aplicación, sobre todo en los países subdesarrollados, donde la información o las estadísticas no están completas o no están actualizadas, ya que permite modelar funciones de demanda basándose en cantidades agregadas básicas como consumo de los hogares, canasta básica familiar y precios; éstos datos son de fácil acceso.

Además es un modelo práctico e importante que permite determinar elasticidades, con lo que se permite evaluar los efectos de los ingresos, precios, impuestos, etc. sobre el bienestar de la sociedad como un todo.

Este sistema ha sido aplicado en Inglaterra y en Egipto; en este último fue una gran herramienta de economía política para determinar cómo afectaría en la población quitar un subsidio de uno de los principales bienes de consumo[14].

Posteriormente se han hecho mejoras a éste modelo, todas dentro del contexto de sistema de ecuaciones de consumo, las variantes han sido en cuanto a la forma funcional de la función de utilidad[15].

Uno de los bemoles del sistema es que al usar cantidades agregadas necesitamos crear un precio ponderado.

---

[14] Toda la información con respecto al modelo específico de Egipto se encuentra en Taylor (1979).

[15] Hashem Pesaran y Peter Schmidt,(1997) para referencia a estos sistemas de demanda de consumo.

4.4. ESTIMACIÓN ECONOMÉTRICA DE LA DEMANDA DEL SERVICIO DE TRANSPORTE URBANO PARA EL ECUADOR

4.4.1.Variables consideradas

Siendo el modelo a estimar el siguiente:

PiCi = Piθi + mi(D-F), donde D (ΣPiCi) es el gasto total; F (ΣPiθi) es el costo de la canasta básica; PiCi es el consumo en el bien i y Pi el precio del bien i. Se van a trabajar estas variables para el servicio de transporte público urbano masivo en el Ecuador.; es decir, vamos a considerar variables agregadas a escala nacional y para datos anuales de 1972 a 1995.

a) Variable Precio (Pi):

Esta variable corresponde a la tarifa o pasaje del transporte público urbano a nivel nacional. Como no existe una tarifa única se tiene que considerar algún tipo de ponderación; hemos construido una tarifa ponderada de la siguiente manera:

$$Pt = \sum_{i=1}^{3} Wi.Pi$$

donde i va de uno a tres ya que va a considerarse 3 categorías existentes para el período que se va a trabajar[16] (categoría 1 para el popular, 2 para el ejecutivo y 3 para el selectivo); Wi va a ser la ponderación según la cantidad de unidades que hay en cada categoría a nivel nacional con respecto al total. Esta información es un aproximado de los datos obtenidos por el Consejo Nacional del Tránsito y Transporte Terrestre(CNTT) con respecto a todas las provincias, excepto la del Guayas cuyos datos nos fueron facilitados por la Comisión de Tránsito del Guayas (CTG).

Para considerar un ejemplo tenemos el año 1992 con los siguiente datos:

---

[16] Cabe anotar que éstas tres categorías existen desde 1992, anterior a este período sólo operaban los buses populares, por lo que en esos períodos sí había una tarifa única que es con la que se trabaja.

I	Wi	Pi	WiPi
1	0,95	50	47,5
2	0,05	100	5,00
3	-	-	
			52,50

Como vemos la tarifa ponderada es de S/.52,50 De esta forma se calculó para el resto de los años.

b)Variable Consumo final de los hogares (ΣPiCi) y consumo final de los hogares en el transporte público (Pi Ci)

Estas variables se obtuvieron de la matriz insumo-producto que construye el Banco Central del Ecuador, a través de las cuentas nacionales y están expresadas en millones de sucres.

Estas variables agregadas son la que le dan aplicación al modelo ya que son de fácil acceso a través de las cuentas nacionales del banco central en los diferentes países.

c) Variable Costo de la canasta básica familiar (ΣPiθi)

Para determinar el costo de la canasta anual sumamos lo valores mensuales de la canasta básica y la multiplicamos por el número de familias tipo según los datos proporcionados por el INEC.

4.4.2. Análisis de Regresión

Se efectuó la regresión de PiCi = Piθi + mi(D-F), con las variables en períodos anuales y en millones de sucres durante el período 1972 a 1995; es decir, con 24 observaciones y 22 grados de libertad (hay dos variables independientes Pi y (D-F)). Esta cantidad de grados de libertad nos permite hacer una estimación más eficiente.

Se realizó la regresión con mínimos cuadrados ordinarios con el software econométrico E-views. Denominamos DIFER a la variable (D-F) por razones prácticas. Los resultados fueron los siguientes

```
LS // Dependent Variable is PICI
Sample: 1972 1995
Included observations: 24

Variable              Coefficient        Std. Error     t-Statistic      Prob.

PI                    1.07E+10           3.29E+08       32.59295         0.0000
DIFER                 0.189505            0.011427      16.58401         0.0000

R-square                 0.997746        Mean dependent var              494193.5
Adjusted R-squared       0.997643        S.D. dependent var               944136.7
S.E. of regression       45834.50        Akaike info criterion           21.54524
Sum squared resid        4.62E+10        Schwarz criterio                21.64341
Log likelihood           -290.5974       F-statistic                     9737.165
Durbin-Watson stat       1.782634        Prob(F-statistic)               0.000000
```

Con éstos resultados la estimación sería la siguiente:

PiCi = (1.07E+10) Pi + 0.189505 DIFER

Antes de interpretar el significado económico de los coeficientes, vamos a realizar la respectiva bondad del modelo, para determinar si no existe ningún problema econométrico.

Diagnóstico de los Coeficientes

Para este diagnóstico se usan los estadísticos t y F para determinar el grado de significancia de los coeficientes. La hipótesis nula (Ho) es que los coeficientes no son significativos es decir $\beta i = 0$ para la prueba t y para la prueba conjunta F, la hipótesis nula es $Ho:\beta 1 = \beta 2 = 0$; frente a las hipótesis alternativas de significancia de los coeficientes.

El rechazo o aceptación de éstas hipótesis se pueden determinar con la tabla del estadístico respectivo (t y F) o con el valor de probabilidad (p-value)[17] que lo presenta la tabla econométrica.

Los coeficientes de manera individual presentan un alto grado de significancia ya que poseen un estadístico t bastante grande 32.59295 y 16.58401 para Pi y DIFER respectivamente, que lo ubica en la zona de rechazo de la hipótesis nula; es decir se acepta la hipótesis alternativa de significancia de los coeficientes. Y en cuanto a la hipótesis conjunta también se presenta un estadísitico F bastante elevado 9737.165 que rechaza la hipótesis nula de no significancia.

En cuanto al p-value éste coincide con el estadístico ya que presenta un valor de probabilidad de 0; es decir, con 0% de probabilidad se acepta la hipótesis nula de no significancia; por lo tanto con 100% se acepta la hipótesis alternativa de significancia.

En lo posterior sólo se diagnosticará el modelo basándose en el valor de probabilidad, ya que es de un más rápido manejo y en cuanto al estadístico sólo se mencionará su magnitud.

Diagnóstico del ajuste de la regresión

Esta está representada en el coeficiente de regresión R^2 y R^2 ajustado[18]. Como observamos los coeficientes de correlación son elevados (0.997746 y 0.997643 respectivamente). Es decir, que los regresores explican el 99% del comportamiento de la variable dependiente; lo que indica una buena regresión.

---

[17] El llamado p-value se presenta en la mayoría de programas econométricos. Este representa la probabilidad de aceptar la hipótesis nula. La ventaja que presenta frente al estadístico es que es de un rápido manejo ya que no necesita revisión de tabla y nos lleva al mismo resultado.

[18] La diferencia de éstos dos indicadores de correlación, es que el R^2 se agranda a medida que se aumentan las variables señalando así una buena regresión, pero no considera que en la misma medida se van perdiendo grados de libertad con lo que se pierde eficiencia en la regresión; en cambio el R^2 ajustado como su nombre lo indica ajusta la correlación incorporando éste problema. Por consiguiente el R^2 ajustado es el indicador óptimo de correlación y es al que nos vamos a referir.

Diagnóstico de los residuos

Pruebas para detectar Autocorrelación:

a) La primera prueba que se presenta es la de Durbín-Watson, éste valor es de 1.782634. La hipótesis nula para este estadístico es de no autocorrelación y las zonas de rechazo y aceptación son las siguientes:

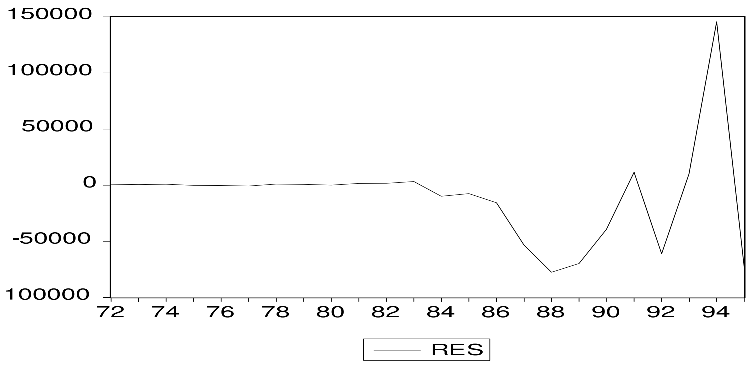
Para 24 observaciones y 2 variables explicativas al 95% de confianza

Zona de Recha-Zo de Ho.	Zona de Indeci-sión	Zona de Aceptación de Ho Nula	Zona de Indeci-sión	Zona de Rechazo De Ho.

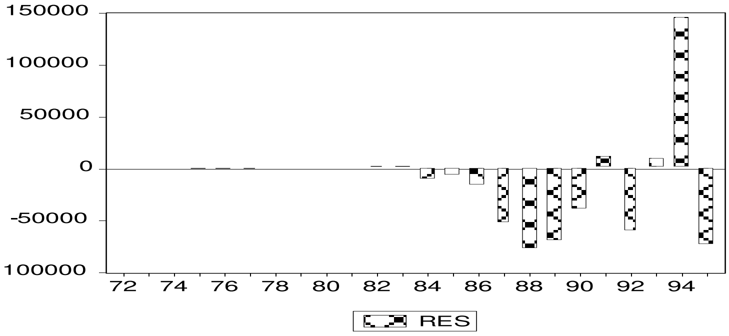
0.46 1.54 1.188 2.81

Según lo que observamos nuestro Durbín-Watson de 1.78 cae en la zona de indecisión; es decir, que no se puede determinar nada en cuanto a la autocorrelación a través de esta prueba. De todas maneras cabe anotar que ésta prueba no es apropiada para regresiones sin constante como es nuestro caso. Así que continuamos con las demás pruebas.

b) Gráfico de los residuos



Como vemos se presenta estabilidad en los primeros años y desde 1984 en adelante se presenta una dispersión sistemática, que puede estar indicando problemas de heterocedásticidad de los residuos más que de autocorrelación. Podemos decir algo más específico en cuanto a la autocorrelación, a través de la observación de los signos de los residuos.



Como vemos los signos de los residuos se mueven indistintamente, entre positivos y negativos, sin ningún comportamiento sistemático esto indicaría, que no hay problemas de autocorrelación.

c) Prueba de las rachas o Geary

Esta prueba se realiza considerando los signos de los residuos y formando una normal, con una hipótesis nula de aleatoriedad de las rachas (o de no autocorrelación). Una racha (K) está formada por el número de veces consecutivas de residuos que tienen el mismo signo.

En ésta regresión se tiene ocho rachas, las primeras no son tan visibles en el gráfico ya que son cantidades muy pequeñas. Pero se lo puede comprobar con la tabla de los residuos. La prueba se construye de la siguiente manera:

k = 8 (número de rachas)

n_1 = 12 (número de residuos positivos)

n_2 = 12 (número de residuos negativos)

n = 24 (número total de observaciones)

la k como se distribuye como una normal con los parámetros de esperanza y varianza definidos como sigue:

$$E(k) = \frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1 \qquad\qquad V(k) = \frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2(n_1 + n_2 - 1)}$$

Construimos un intervalo con el 95% de confianza y tenemos:

$$E(k) \pm 1.96\sqrt{Var(k)}$$

Con nuestros datos tenemos el siguiente intervalo[13 ± 1.96(2.39)], es decir un intervalo de [17.68-8.31] nuestro estimador k es de 8 cae en la zona de aceptación; por lo tanto se acepta que no hay autocorrelación.

c)La prueba de Breusch-Godfrey o LM:

La hipótesis nula de ésta prueba es de no autocorrelación y el estadísitico usado es la F o el TR^2 que se distribuye como una $\chi^2_{(p)}$ (ji-cuadradro con p grados de libertad siendo p el número de rezagos que se considere para los residuos).

Para éste test se realiza la regresión de los residuos del modelo original con las variables regresoras Pi y DIFER, y se incluye como otra variable independiente a los residuos rezagados; en éste caso lo hemos realizado para un rezago, la hipótesis nula que se plantea es que no hay autocorrelación; es decir, que el coeficiente del residuo rezagado tiene que ser cero. Se construye el estadístico F con los RSS de la restricción restringida por la hipótesis nula y los RSS de la regresión no restringida y se evalúa el rechazo o aceptación de la hipótesis. O podemos usar el estadístico TR^2 que como dijimos anteriormente se distribuye como una χ^2 con 1 grado de libertad en éste caso. Los resultados para ésta prueba son los siguientes:

```
Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic       0.144658       Probability        0.707513
Obs*R-squared     0.000000       Probability        1.000000

Test Equation:
```

LS // Dependent Variable is RESID

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PI	-1.46E+08	5.10E+08	-0.286875	0.7770
DIFER	0.004364	0.016355	0.266811	0.7922
RESID(-1)	0.134389	0.353339	0.380340	0.7075

R-squared	-0.043567	Mean dependent var	-9644.742
Adjusted R-squared	-0.142955	S.D. dependent var	43730.95

El programa presenta los resultados directamente en la primera parte de la tabla, así observamos que considerando la F y la χ^2 se tiene el 70% y el 100% de probabilidad para aceptar que no hay autocorrelación.

Si lo realizamos para dos rezagos nos sigue indicando que con un 93% y 100% de probabilidad no hay autocorrelación. A continuación presentamos la prueba considerando 2 rezagos.

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	0.068935	Probability	0.933608
Obs*R-squared	0.000000	Probability	1.000000

Test Equation:
LS // Dependent Variable is RESID

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PI	-1.48E+08	5.37E+08	-0.274997	0.7861
DIFER	0.004449	0.018832	0.236271	0.8156
RESID(-1)	0.133133	0.383338	0.347300	0.7320
RESID(-2)	0.005361	0.537707	0.009970	0.9921

d) La prueba del correlograma:

Ésta es una de las pruebas más confiables y rápidas, se presenta el correlograma de los residuos si éstos se ubican dentro de las barras significa que se comportan como ruido blanco y no hay autocorrelación. A continuación presentamos el correlograma de los residuos.

```
Autocorrelation  Partial Correlation     AC        PAC    Q-Stat   Prob

   .   |  .        .   | .     1        0.016      0.016  0.0074   0.932
   . * |  .        .  *| .     2       -0.058     -0.058  0.1017   0.950
   .   |**.        .   |**.    3        0.228      0.231  1.6481   0.649
   . * |  .        .  *| .     4       -0.096     -0.117  1.9374   0.747
   . * |  .        .  *| .     5       -0.168     -0.141  2.8694   0.720
   .** |  .        . **| .     6       -0.197     -0.272  4.2093   0.648
   . * |  .        .  *| .     7       -0.100     -0.070  4.5779   0.711
   .   |  .        .   | .     8        0.010      0.056  4.5816   0.801
   .   |  .        .   | .     9       -0.034      0.051  4.6292   0.865
   .   |  .        .  *| .     10      -0.047     -0.082  4.7284   0.909
   .   |  .        .  *| .     11       0.000     -0.129  4.7284   0.944
   .   |  .        .  *| .     12      -0.024     -0.133  4.7589   0.966
```

Como se observa en el correlograma; los residuos no presentan autocorrelación.

Conclusión: Las pruebas para detectar autocorrelación indican que no existe éste problema en los residuos de ésta regresión.

Pruebas para detectar Heterocedasticidad

Uno de los tests más confiables para detectar heterocedasticidad es la prueba de White, la hipótesis nula de este test es la no heterocedasticidad o para enterderlo más claramente la hipótesis nula es de homocedasticidad y la alternativa de heterocedasticidad. Los resultados se presentan a continuación:

```
White    Heteroskedasticity
Test:

F-statistic                 5.560070          Probability               0.003887
Obs*R-squared              12.94285           Probability               0.011558

Test Equation:
LS  //  Dependent  Variable
is RESID^2
Sample: 1972 1995

Variable                  Coefficient          Std. Error        t-Statistic      Prob.

C                          4.45E+08            9.28E+08           0.480185        0.6366
PI                         2.13E+14            1.58E+14           1.349943        0.1929
PI^2                      -6.70E+17            4.66E+17          -1.438814        0.1665
DIFER                     -3890.459            2434.298          -1.598185        0.1265
DIFER^2                    0.000615            0.000565           1.088485        0.2900
```

Como podemos observar la probabilidad de aceptar la homocedasticidad de los residuos es baja apenas del 0.3% o del 1% dependiendo del estadístico que se utilice, de cualquier modo éste test indica que los residuos tienen heterocedasticidad y por lo tanto los parámetros de la regresión aunque son insesgados no son eficientes.

4.4.3. Corrección de los problemas presentados en la estimación

Las alternativas que la teoría indica frente a un problema de heterocedasticidad son las siguientes:

a) Ignorar la hetorecedasticidad, en cuyo caso los parámetros no van a ser eficientes y las inferencias que se hagan con el modelo no van a ser confiables. Ésta es la peor alternativa, nosotras la descartamos.

b) Admitir heterocedasticidad y aplicar mínimos cuadrados ordinarios; es decir se consideran los mismos parámetros pero se corrige su varianza a través de la llamada estimación de White, al obtener la varianza corregida las inferencias respectivas deben realizarse con ésta varianza. A continuación presentamos la varianza corregida y se comprobará que usando ésta varianza los resultados de significancia de los coeficientes siguen siendo válidos.

c) La tercera alternativa y la más correcta es transformar el modelo para poder estimar parámetros de mínimos cuadrados ponderados que sean MELI (es decir, los mejores estimadores lineales insesgados).

El problema de heterocedasticidad es que la varianza de los errores no es la misma en todos los períodos lo que altera los supuestos sobre los cuales se basa la regresión de mínimos cuadrados ordinarios; por lo tanto hay que solucionar éste problema encontrando una transformación del modelo que convierta la varianza de los residuos en homocedástica para todos los períodos. La teoría considera que las varianzas de los residuos se relacionan de alguna manera funcional con las variables regresoras, si se encuentra esa relación se puede solucionar el problema[19].

Para determinar cómo y con qué variable se relaciona la varianza utilizamos el test de hetorecedasticidad de Glejser[20]; éste test detecta heterocedasticidad y a la vez nos da una idea de cómo transformar el modelo. El test se construye de la siguiente manera:

Se realiza la regresión del valor absoluto de los residuos originales con una constante y con una variable regresora, la hipótesis nula es de no-significancia de los coeficientes, es decir que no hay relación alguna entre los residuos y la variable regresora y por lo tanto no hay heterocedasticidad. Se plantean diferentes formas funcionales y escogemos aquella que nos muestre el R^2 más significativo, se arregla el modelo considerando ésta transformación y se comprueba con el test de White o algún otro si se solucionó el problema.

Las formas funcionales que se consideran son las siguientes:

$|\mu| = \alpha + \beta \, Pi$ $\qquad$ $|\mu| = \alpha + \beta \, DIFER$

$|\mu| = \alpha + \beta \, (1/Pi)$ $\qquad$ $|\mu| = \alpha + \beta \, (1/DIFER)$

$|\mu| = \alpha + \beta \, \sqrt{Pi}$ $\qquad$ $|\mu| = \alpha + \beta \, \sqrt{DIFER}$

La Ho: $\beta = 0$, es decir que no haya heterocedasticidad y se comienza transformando el modelo como se dijo antes con aquella que tenga un R^2 elevado. Realizamos éstas pruebas para cada regresor por separado. Consideramos en primer lugar la variable precio del pasaje (Pi), se presentarán las tres regresiones antes mostradas y nos fijaremos en el R^2 para saber cual regresión es la que se ajusta más.

---

[19] Se considera por ejemplo que los errores (μ) se distribuyen media cero y varianza $\sigma^2 X_i^2$, si ésta es la relación estandarizamos los errores para convertir la variable en un normal $(0,\sigma^2)$ la transformación sería dividir al modelo original par Xi, de esta manera los residuos transformados serían homocedásticos.

[20] Teoría acerca de éste test en Gujarati (1996).

LS // Dependent Variable is RESABSOL

Sample: 1972 1995
Included observations: 24

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	12869.68	6558.713	1.962227	0.0625
PI	3.99E+08	98970365	4.026636	0.0006
R-squared	0.424292	Mean dependent var		24420.88
Adjusted R-squared	0.398123	S.D.dependent var		37244.50

Como vemos el coeficiente de la regresión β con 0% de probabilidades acepta la hipótesis nula de no significancia; es decir que con el 100% el coeficiente es significante y por lo tanto hay heterocedasticidad. El R^2 ajustado para ésta regresión es de 39% de ajuste.

LS // Dependent Variable is RESABSOL

Sample: 1972 1995
Included observations: 24

Variable	Coefficient	Std. Error	t-statistic	Prob.
C	44477.73	8707.863	5.107767	0.0000
PINVER	-0.023258	0.006941	-3.351100	0.0029
R-squared	0.337945	Mean dependent var		24420.88
Adjusted R-squared	0.307852	S.D. dependent var		37244.50

La variable PiINVER es (1/Pi). Aquí también se indica heterocedasticidad y el coeficiente R^2 nos indica un 30% de ajuste de la regresión.

LS // Dependent Variable is RESABSOL

Sample: 1972 1995
Included observations: 24

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1271.749	6951.009	0.182959	0.8565
RAIZPI	6582321.	1291095.	5.098249	0.0000
R-squared	0.541592	Mean dependent var		24420.88
Adjusted R-squared	0.520755	S.D. dependent var		37244.50

La variable RAIZ PI es la raíz cuadrada de Pi. En ésta regresión por la probabilidad del coeficiente β se indica que hay heterocedasticidad y el R^2 presenta un 52% de ajuste de la regresión podríamos decir entonces, que la transformación del modelo podría estar considerando ésta variable.

Observemos el test de Glejser para la variable llamada DIFER[21].

LS // Dependent Variable is RESABSOL				
Sample: 1972 1995				
Included observations: 24				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	8452.021	6663.089	1.268484	0.2179
DIFER	0.015641	0.003497	4.472520	0.0002
R-squared	0.476233	Mean dependent var		24420.88
Adjusted R-squared	0.452426	S.D. dependent var		37244.50

LS // Dependent Variable is RESABSOL				
Sample: 1972 1995				
Included observations: 24				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	24473.91	7780.700	3.145464	0.0047
DIFERINVER	-7403969.	56160964	-0.131835	0.8963
R-squared	0.000789	Mean dependent var		24420.88
Adjusted R-squared	-0.044629	S.D. dependent var		37244.50

Como observamos en la primera regresión se indica presencia de heterocedasticidad con un 100% de probabilidad y un R^2 de 45% de ajuste de la regresión; mientras la segunda regresión ya no presenta éste problema ya que posee un p-value de 89% de aceptar no heterocedasticidad; esto nos indica que ésta forma funcional es descartada para arreglar el problema de heterocedasticidad.

---

[21] Cabe anotar que para ésta variable se realizarán los dos primeros modelos de regresión, el de raíz cuadrada no ya que los primeros años de ésta variable son negativos y no se podría realizar ésta operación.

El paso siguiente sería transformar el modelo comenzando con aquellas variables que hayan presentado un R^2 elevado y en cada caso comprobar si se arreglo la heterocedasticidad; a continuación presentamos la regresión del modelo de mínimos cuadrados generalizados o transformados y su respectivo test de White[22].

```
LS // Dependent Variable is TRANS5PICI
Sample: 1972 1995
Included observations: 24
Variable          Coefficient        Std. Error          t-Statistic          Prob.

TRANS5PI          1.04E+10           1.87E+08            55.33297             0.0000
TRANS5DIFER       0.166943           0.014395            11.59691             0.0000

R-squared                   0.992866            Mean dependent var               0.400846
Adjusted R-squared          0.992542            S.D. dependent var               0.780593

White Heteroskedasticity Test:

F-statistic       0.109789            Probability             0.896534
Obs*R-squared     0.248350            Probability             0.883225
```

Ésta transformación arreglo el problema en un 88 y 89% según el estadísitico que se quiera considerar. En otras palabras hay un 89% de probabilidad para aceptar que no hay heterocedasticidad.

El modelo trasnformado que se observa aquí es el siguiente:

$$\frac{\text{PiCi}}{\text{DIFER}} = \beta_1 \frac{\text{Pi}}{\text{DIFER}} + \beta_2 \frac{\text{DIFER}}{\text{DIFER}}$$

Los coeficientes considerados MELI (mejores estimadores lineales insesgados) son los logrados con éste modelo es decir, 1.04E+10 y 0.166943. Con éstos coeficientes nos regresamos al modelo original y obtenemos nuestro modelo final .

$$\text{PiCi} = 1.04\text{E}{+}10\text{Pi} + 0.166943\ \text{DIFER}$$

---

[22] El test de Glejser indicó que las transformaciones podrían ser con la variable transformada raíz de Pi o con la variable DIFER ya que ambas presentan el R^2 más alto, pero según el test de White es ésta

4.5. Interpretación de los resultados y conclusiones

La interpretación propiamente de éstos coeficientes es irrelevante ya que lo realmente importante son las elasticidades que se pueden determinar de éste modelo; considerando las fórmulas que se establecieron en la sección anterior las elasticidad ingreso y precio serían 1.49 y -0.3453 respectivamente.

Elasticidad Precio de la Demanda:

En primer lugar, el signo del coeficiente es el esperado de acuerdo a la teoría. Luego tenemos que este es menor a uno, lo que indica que es inelástica; es decir que frente a incrementos de precios en los pasajes la cantidad demandada se va a afectar en menor proporción ya que éste es un bien necesario sin más sustitutos. De tal manera que los consumidores van a absorber todo el incremento de la subida de precios y van a disminuir su bienestar al reducir el consumo de otros bienes que sean elásticos; es éste efecto sobre el bienestar social el que determina que éste bien se encuentre bajo algún tipo de supervisión del Estado; más aún en economías pobres como la nuestra, en donde los cuartiles más bajos de la población ocupan gran parte del porcentaje de sus ingresos en el consumo de éste servicio. Según las estimaciones del Banco Mundial (1993) si el gasto en transporte es superior al 10% del ingreso para más de un 15% de la población, el servicio es discriminatorio con los sectores de bajos ingresos, esto refleja la importancia del transporte público para la población de bajos ingresos y los efectos distributivos asociados al funcionamiento de este sector. En nuestro país el 50% de la población destina el 27% de sus ingresos al servicio de la transportación urbana; lo que indica que el servicio en nuestro país es discriminatorio con los cuartiles más pobres de la población.

última la que arregló el problema.

Así una subida de los pasajes del transporte público urbano, manteniendo todo lo demás constante (Ceteris Paribus) disminuye el bienestar del consumidor al disminuir su curva de indiferencia. Esto tiene un mayor impacto a medida que se consideran los estratos más pobres de la población.

Por otro lado, la magnitud encontrada para el coeficiente de elasticidad precio de este servicio es de -0.3453 lo que se traduce que en una subida del 1% en el precio de los pasajes se disminuye el consumo de este bien en 0.3453%; las opciones que tendría el consumidor para disminuir su consumo en este porcentaje, serían: cambiar a una alternativa más barata, como la categoría popular o disminuir el consumo optando por caminar, de manera que el consumo de este bien quede limitado solo para los niveles estrictamente necesarios. Cabe recordar que el modelo se lo elaboró con un índice ponderado de precios entre las diferentes categorías, por lo que para revisar el impacto de cualquier cambio en los precio, es necesario considerar el precio ponderado. Así se explica que si el precio de los pasajes sube 100% en promedio (que fue aproximadamente el último incremento de tarifas), el consumo disminuiría un 34% a nivel nacional, optando como ya se mencionó por alternativas más baratas y por disminuir el consumo de bienes en relación a este porcentaje; disminuyendo en consecuencia el bienestar de los individuos.

Es importante enfatizar que este efecto de un coeficiente de -0.3453 es ceteris paribus; ya que si al mismo tiempo se logran otros ingresos la elasticidad ingreso funcionaría en sentido contrario a la elasticidad precio, pero con mayor magnitud. Es decir, que se puede compensar a los consumidores o anular la acción negativa de las tarifas sobre el bienestar, vía incremento en los ingresos pero con una proporción menor al incremento de tarifas, como veremos más adelante.

La elasticidad ingreso de la demanda:

De este modelo se obtuvo un coeficiente de elasticidad ingreso que nos muestra, en primer lugar, que se trata de un bien necesario ($\varepsilon > 1$) con lo que volvemos a reafirmar su impacto sobre los más pobres; y en segundo lugar se trata de una elasticidad elástica ; es decir, que incrementando el ingreso en un determinado porcentaje, se logra que el consumo de ese bien aumente en mayor proporción. La magnitud de la elasticidad obtenida por medio del modelo es de 1.49. Es decir, que si se incrementa el ingreso en 1% la cantidad demandada de ese bien se incrementa en 1.49%

Se podría indicar en primera instancia que para compensar una subida del 1% en el precio de pasajes se debería dar un incremento en el ingreso de menos del 1% para no disminuir el bienestar social; funcionando de la siguiente manera:

Cuadro 4.1: Funcionamiento de las elasticidades precio e ingreso con respecto al servicio de transporte público urbano.

Incremento porcentual en tarifas	Incremento porcentual en ingresos	Efecto porcentual sobre el consumo con las dos políticas
1%	1%	Variación: - 0.34 + 1.49 = 1.15 El consumo se incrementa en 1.15%
1%	0.34%	- 0.34 + 0.50 = 0.16 El consumo se incrementa en 0.16%
1%	0.228%	- 0.34 + 0.34 = 0 Se anularon las dos medidas y el bienestar social no se altera
100%	22.8%	Del incremento salarial el 23% del mismo se lo destina al transporte público a fin de compensar un incremento del 100% en los pasajes
71%	16%	En el caso del último incremento de pasaje para compensar las medidas necesitaríamos un 16% de incremento salarial. Si el incremento es del 40% solo quedaría un 24% para compensar la inflación, lo cual no alcanzaría ya que la inflación acumulada es superior

Es decir, si existe un incremento del 1% en las tarifas para compensar esta subida por el lado del ingreso se tendría que incrementar los ingresos en 0.228% aproximadamente; si se lo incrementa en más por ejemplo en 1% el bienestar va a ser superior (ceteris paribus) a la situación original, permitiendo un 0.15% de consumo adicional de este servicio.

Utilizando este modelo con respecto a la última subida tarifaria que fue en promedio del 71% (especial del 12 a 20 ctvs. y popular de 8 a 14 ctvs); se necesita para compensar esta medida un incremento salarial de 16% asumiendo que todo lo demás se mantenga constante. Observamos en el cuadro 4.1. que si hay un 40% de incremento salarial el 16% se destina a compensar el incremento del transporte y el resto para compensar las otras medidas (entre ellas una fuerte inflación acumulada).

En economías como la nuestra con un 80% de pobreza y 60% de extrema pobreza, un incremento en pasajes que es un bien necesario sin sustitutos, necesita ser supervisado por el estado para velar por los intereses de la ciudadanía, esto nos determina que un sistema regulado es necesario para este tipo de servicios y sobretodo en economías subdesarrolladas.

Por otro lado si se piensa en una compensación vía salario, este modelo serviría como aproximado para determinar si realmente el incremento salarial es compensatorio de las medidas.