**TEMA 5 (20 puntos)**

Sea $T$ una transformación lineal de $P_2$ en $R^3$ definida por:

$$T[p(x)] = \begin{pmatrix} p(0) \\ p(1) \\ p(0) \end{pmatrix}$$

Determine:

a) Una base para el núcleo de $T$ y la nulidad de $T$
b) Una base para el recorrido de $T$ y el rango de $T$
c) La matriz asociada a $T$ respecto a las bases canónicas de $P_2$ y $R^3$
d) La matriz asociada a $T$ respecto a las bases $B_1 = \{x^2 - x; x^2 - 1; x^2\}$ y

$$B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$