

# DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UNA PLANTA DE TRES VASOS COMUNICANTES E IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA DE CONTROL AUTOMÁTICO DE NIVEL DE AGUA DE TIPO PID (PROPORCIONAL-INTEGRAL-DERIVATIVO) DESARROLLADO POR EL MÉTODO CLÁSICO EN MATLAB

Roberto López Morán <sup>(1)</sup>, MSc. Juan Francisco Del Pozo Lemos <sup>(2)</sup>  
Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación (FIEC) <sup>(1)(2)</sup>  
Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL)  
Campus Gustavo Galindo, Km. 30,5 Vía Perimetral  
Apartado 09-01-5863, Guayaquil-Ecuador  
[rlm1981@outlook.com](mailto:rlm1981@outlook.com) <sup>(1)</sup>  
[jdelpozo@espol.edu.ec](mailto:jdelpozo@espol.edu.ec) <sup>(2)</sup>

## Resumen

*Este trabajo tiene como finalidad presentar la nueva planta del Laboratorio de Control Automático de la FIEC, consistente en un sistema de tres vasos comunicantes, describiendo su diseño y construcción, incluyendo los criterios empleados en la selección de los materiales utilizados para su construcción, en la selección de los equipos a ser instalados, y en la selección de los elementos a ser usados para las estrategias de control, protección y seguridad de estos equipos durante la operación de la planta. También se busca mostrar el comportamiento de la planta mediante el desarrollo de un sistema de control automático de nivel de agua, por medio de un controlador de tipo PID, desarrollado por el método clásico utilizando MATLAB y su herramienta SIMULINK. Con los resultados obtenidos una vez implementado y ajustado el controlador sobre la planta, se describen, calculan y comparan los cuatro índices de rendimiento más conocidos y utilizados, que constituyen un método cuantitativo para determinar la calidad de un controlador PID, comprobando el nivel de efectividad de su tarea de control.*

**Palabras Clave:** *Dimensionamiento, Criterios de Selección, Control PID, Especificaciones de Diseño de Controladores, Sistemas de Tercer Orden, Dominancia de Primer y Segundo Orden, Índices de Rendimiento de Controladores*

## Abstract

*The purpose of this work is to present the new plant for the Automatic Control Laboratory at FIEC, consisting on a three communicating vessels system, describing its design and building, including the used criteria in the materials selection for its construction, the equipment selection to be installed, and the elements selection to be used for control strategies, protection and security of these equipment during plant operation. It is also intended to show the plant behavior by developing an automatic water level control, by means of a PID-type Controller, developed by the classic method using MATLAB and its SIMULINK tool. With the results obtained once the controller has been implemented and adjusted on the plant, the four most known and used performance indices are described, calculated and compared, which constitute a quantitative method to determine the quality of a PID Controller, checking the level of effectiveness of its control task.*

**Keywords:** *Sizing, Selection Criteria, PID Control, Controller Design Specifications, Third Order Systems, First and Second Order Dominance, Controller Performance Indices*

## 1. Introducción

En la mayoría de los ambientes industriales y en otros entornos como el educativo, existe maquinaria o sistemas de trabajo de diversa naturaleza. Los sistemas pueden clasificarse básicamente en dos grandes grupos: lineales y no lineales. Algunos, tienen que ser supervisados cuando realizan una tarea específica, y casi todos tienen que ser controlados

cuando han sido diseñados para trabajar automáticamente.

La nueva planta de tres vasos comunicantes construida para el Laboratorio de Control Automático de la FIEC, es un sistema no lineal y de tercer orden, y para su estudio, es inherente el control sobre el mismo. El sistema es no lineal ya que las expresiones matemáticas de algunas variables físicas involucradas, como la presión de la altura de una columna de agua, no son lineales: contienen una raíz

cuadrada en su cálculo. El sistema es de tercer orden al haber tres tanques, y se corre el riesgo de caer fácilmente en una zona de inestabilidad, en la que se perdería la controlabilidad sobre el sistema, produciendo resultados totalmente indeseados.

El enfoque que se ha decidido es el de desarrollar un controlador PID para que gobierne la nueva planta de tres vasos comunicantes. Sin embargo, los controladores PID tienen sus limitaciones, que junto con la naturaleza de la planta, hacen que el desarrollo del mismo se convierta en un verdadero desafío.

## 2. Diseño y Construcción de la Planta

La planta de tres vasos comunicantes se compone de siete partes que son: el sistema de vasos comunicantes, el reservorio, la red de tuberías, el panel eléctrico, los sensores, el actuador, y la estructura de soporte. Se basa completamente en la representación del modelo físico de la misma:

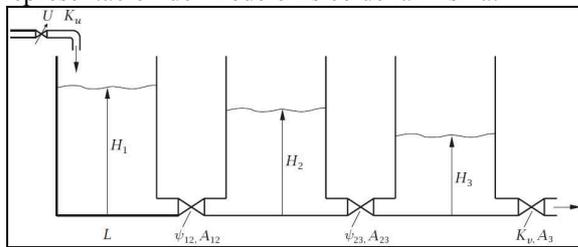


Figura 1. Esquema del sistema de vasos comunicantes

### 2.1. Funcionamiento General de la Planta

El sistema de vasos comunicantes se llena de agua a través del primer tanque desde el reservorio gracias al actuador: una bomba alimentada eléctricamente por un variador de frecuencia. La red de tuberías permite el llenado de los tres tanques interconectados por válvulas, y también el retorno de agua desde el tercer tanque para mantener el nivel de agua en los mismos.



Figura 2. Vista Frontal de la Planta de 3 Tanques

Los sensores ubicados en cada uno de los tanques, transmiten la presión de la columna de agua presente en cada uno de ellos como una señal proporcional de corriente eléctrica. La altura de la columna de agua del tercer tanque, es la variable controlada que se mide y compara contra la referencia definida en un modelo en SIMULINK de MATLAB. A esta referencia definida se la conoce como “punto de operación”.

A partir de la identificación de la planta utilizando la herramienta IDENT, se desarrolla un controlador PID en la herramienta SISOTOOL, ambas de MATLAB. Éste se encarga de enviar los cambios de voltaje a ser aplicados a la bomba a través del variador de frecuencia, para que el nivel de agua en el tercer tanque llegue y se mantenga en el punto de operación escogido.

Con esto se cierra el ciclo, manteniendo a la planta en permanente funcionamiento, ubicando siempre el nivel de agua en los tanques, según el punto de operación.

### 2.2. Diseño de la Parte Hidráulica

La parte hidráulica está constituida por el sistema de vasos comunicantes, el reservorio y la red de tuberías.

Los tres tanques que conforman el sistema de vasos comunicantes, tienen las siguientes características:

- Dimensiones: 70[cm] de alto, 15[cm] de ancho y 15[cm] de fondo
- Un visor de nivel de agua con un protector de acrílico en su parte frontal
- Una válvula de  $\frac{1}{2}$ [pul] para desfogue rápido en su parte inferior
- Una tapa con respiradero en su parte superior
- Un sensor de presión a la altura de las tuberías de interconexión entre tanques (4[cm]) en su parte posterior



Figura 3. Vista Frontal de un Tanque

El primer tanque tiene instalado como elemento adicional un dispositivo de protección anti-rebose.

El criterio de diseño empleado para el dimensionamiento de los tanques, fue el tiempo de llenado: se buscó que su volumen pueda ser llenado en un tiempo que no sea extremadamente largo, y que permita tener una ventana de trabajo que no se vea limitada porque el tiempo de llenado sea muy corto.

El tanque reservorio tiene las siguientes características:

- Dimensiones: 50[cm] de alto, 150[cm] de ancho y 50[cm] de fondo
- Un visor de nivel de agua utilizado para tener un nivel de referencia
- Una válvula de  $\frac{1}{2}$ [pul] para desfogue rápido en la parte inferior de su cara lateral derecha
- Una tapa de acrílico para evitar la acumulación de impurezas y minimizar el depósito de sedimentos
- Un respiradero en la parte superior de su cara lateral derecha

El criterio de diseño empleado para el dimensionamiento del reservorio, fue tener un régimen de trabajo constante de la bomba, para que la función de transferencia de la planta no cambie dentro del rango de trabajo establecido, por posibles variaciones del comportamiento de la bomba que alteren su modelo matemático.

La red de tuberías se compone de una red principal y una secundaria. La red principal de tuberías tiene las siguientes características:

- Una tubería de  $1\frac{1}{2}$ [pul] que va del reservorio a la bomba
- Una tubería de 1[pul] que va de la bomba al primer tanque con una derivación al reservorio por medio de una válvula de bola
- Tuberías de  $\frac{3}{4}$ [pul] entre cada tanque y desde el último tanque al reservorio por medio de una válvula de bola



**Figura 4.** Válvula de bola de acción rápida

El criterio para la instalación de la derivación de la tubería de 1[pul], fue tener un rango de operación más amplio de la planta.

La red secundaria de tuberías tiene las siguientes características:

- 3 secciones de tuberías de  $\frac{1}{2}$ [pul] unidas por medio de válvulas de bola en posición cerrada de manera predeterminada

Esta red de tuberías está instalada debajo de los tres tanques y el criterio para la instalación de la misma fue tener un desfogue rápido para cada tanque con el consiguiente retorno del agua al reservorio.

## 2.3. Diseño de la Parte Eléctrica

La parte eléctrica está constituida por el panel eléctrico, los sensores y los actuadores.

El panel eléctrico tiene las siguientes características:

- Dimensiones: 70[cm] de alto, 25[cm] de ancho y 25[cm] de fondo
- Un visor de acrílico de 42[cm] de alto y 16[cm] de ancho
- Una etapa de fuerza en donde se encuentran todos los elementos de alta demanda de energía, dispositivos de protección y equipos a controlar
- Una etapa de control que gobierna a la etapa de fuerza y se compone principalmente de controles e indicadores

El criterio de diseño empleado para el panel eléctrico, fue tener un circuito eléctrico robusto, que provea una respuesta rápida y eficaz ante alguna anomalía de naturaleza eléctrica que permita tener una protección sólida para los equipos instalados y que disponga de todos los elementos indicativos del estado de la planta para la oportuna toma de acciones preventivas y/o correctivas.



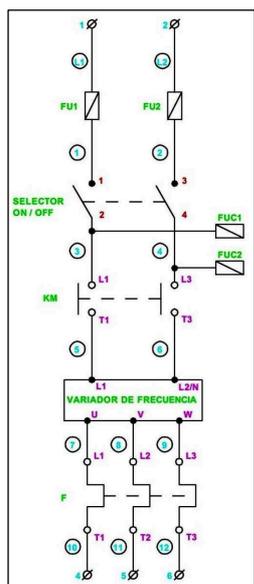
**Figura 5.** Panel Eléctrico de la Planta de 3 Tanques

La etapa de fuerza se compone de:

- Interruptor de encendido/apagado
- Fusibles de fuerza de acción rápida
- Un Contactador
- Un Relevador Térmico (Guardamotor)
- Un Variador de Frecuencia
- El Actuador

El contactor es de marca General Electric, modelo CL-00. El relevador térmico es de marca General Electric, modelo RT-1K. El variador de frecuencia es de marca SIEMENS, modelo Sinamics G110 con capacidad de  $\frac{3}{4}$ [HP]. El actuador es una bomba centrífuga de marca GOULDS, modelo NPE 316L SS, con cuerpo de acero inoxidable, de alimentación

trifásica (208-230[V<sub>AC</sub>]) y una potencia máxima de ¾ [HP].

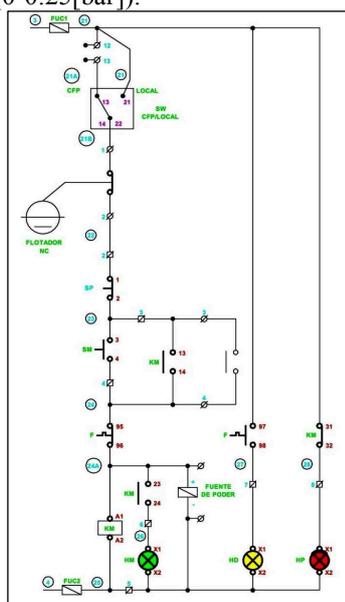


**Figura 6.** Diagrama de la Etapa de Fuerza

La etapa de control se compone de:

- Fusibles de control de acción rápida
- Luces piloto (roja, verde y amarilla)
- Pulsadores (rojo y verde)
- Un selector de dos posiciones (para escoger entre operación local y remota de la planta)
- Una tarjeta National Instruments CB-68LPR (para la comunicación con el cFP)
- La conexión del dispositivo anti-rebose del primer tanque
- Los sensores.

Estos últimos son transmisores de presión para aplicaciones industriales de marca Danfoss, modelo MBS 4510, con un rango de medición para bajas presiones (0-0.25[bar]).



**Figura 7.** Diagrama de la Etapa de Control

La estructura de soporte de la planta tiene las siguientes características:

- Dimensiones: 120[cm] de alto, 160[cm] de ancho y 70[cm] de fondo
- Pintura de color gris oscuro
- Cuatro ruedas para su fácil transporte dentro del Laboratorio
- Dos niveles: uno superior y uno inferior

Los criterios de diseño empleados para la estructura de soporte de la planta, fueron la dimensión y distribución de las partes constitutivas de la planta: el panel eléctrico y el sistema de tres tanques en el nivel superior, y el reservorio y la bomba en el nivel inferior.

## 2.4. Selección de Materiales para la Planta

En lo que respecta a la selección de materiales, los tanques y reservorio fueron construidos de acero inoxidable de grado alimenticio pues evita la corrosión y la proliferación de algas.

Los elementos de plástico son de acrílico, un termoplástico transparente para aplicaciones especiales de Ingeniería, por su transparencia, resistencia a la intemperie y al rayado.

La estructura de soporte fue construida de acero al carbono, más conocido como “hierro negro”, por su resistencia a fuerzas estáticas y dinámicas.

Para protección de la estructura de soporte, se utilizó pintura acrílica, a la cual se le dio un acabado con laca acrílica, ambas escogidas por su fuerte adhesión y resistencia a la intemperie, al moho y la humedad.

La red de tuberías fue construida con tubos y accesorios roscables de Polipropileno, por su alta resistencia a la presión y temperaturas extremas.

## 2.5. Construcción de la Planta

La construcción de la planta se llevó a cabo de la siguiente manera:

Paso 1

- Instalación física de la bomba
- Instalación de adaptadores para tuberías en tanques y reservorio

Paso 2

- Instalación de las redes primaria y secundaria de tuberías
- Instalación de accesorios en tanques y reservorio

Paso 3

- Instalación del panel eléctrico
- Instalación de transmisores de presión en tanques
- Instalación eléctrica de la bomba
- Instalación de canaletas para protección de cables

#### Paso 4

- Conexión a la red eléctrica

Para este último paso, se solicitó la instalación de una toma de 220[V<sub>AC</sub>] dentro del Laboratorio, destinada para uso exclusivo de la Planta de 3 Tanques.

### 3. Adquisición de Datos e Identificación de la Planta

La identificación de la planta es un procedimiento experimental para obtener la representación matemática de un sistema conocido como Función de Transferencia Identificada. Se compone de dos partes: la etapa de Adquisición de Datos (haciendo trabajar a la planta naturalmente alrededor de su PUNTO DE OPERACIÓN) y la etapa de Identificación (a partir de los datos adquiridos, utilizando MATLAB).

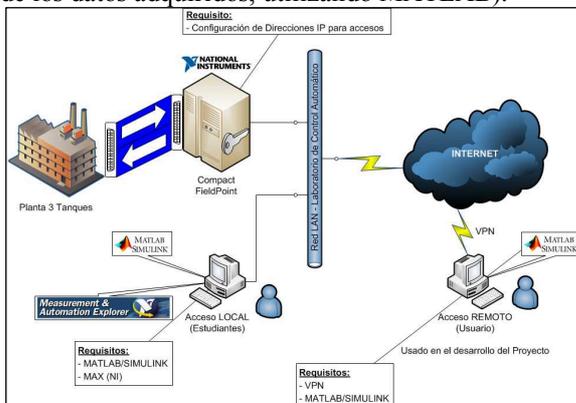


Figura 8. Interacción entre los Usuarios y la Planta

#### 3.1. Punto de Operación de la Planta

Los requerimientos y condiciones para determinar el Punto de Operación son:

- Selección de un rango de trabajo
- Distribución escalonada de la altura de las columnas de agua en los tanques
- Estado estable de la variable controlada

El punto de partida fue establecer un nivel del estado estable de la variable controlada (escogido en 30[cm]), y estimar un rango de trabajo (escogido en  $\pm 5$ [cm]). Utilizando el método manual de Prueba y Error, los resultados fueron los siguientes:

Arreglo de Válvulas

- 1-2: Totalmente abierta ( $0^\circ$ )
- 2-3: Ligeramente cerrada ( $17^\circ$ )
- 3: Parcialmente cerrada ( $39^\circ$ )

Altura de las columnas de agua en los tanques

- Tanque 1: 39.8[cm]
- Tanque 2: 34.6[cm]
- Tanque 3: 30[cm]

Punto de Operación

- 3.175[V]<sub>DC</sub>

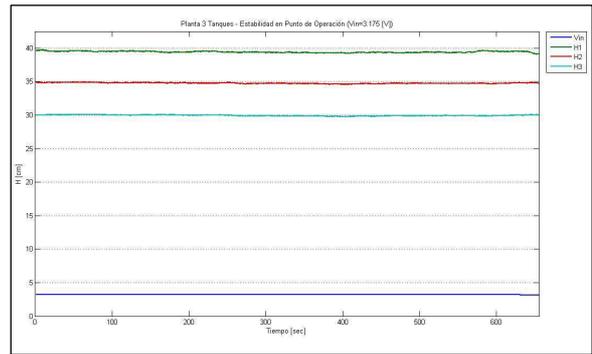


Figura 9. Estado estable de la altura de las columnas de agua en el Punto de Operación

#### 3.2. Adquisición de Datos de la Planta

Para la etapa de la Adquisición de Datos, se utilizó la herramienta SIMULINK de MATLAB. Para esto, se desarrolló el siguiente modelo:

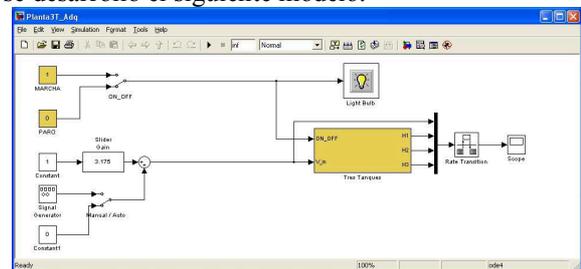


Figura 10. Modelo en para la Adquisición de Datos

El bloque “Tres Tanques” contiene lo siguiente:

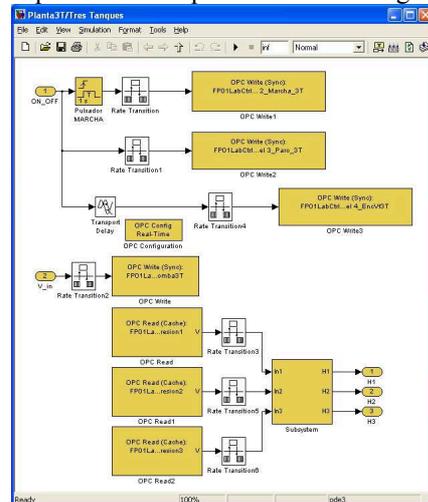


Figura 11. Bloque Tres Tanques

Dada la discrepancia de unidades entre los transmisores de presión (que envían señales de corriente en miliamperios) y el modelo en SIMULINK (que trabaja en centímetros), se tuvo que realizar la correspondiente conversión de unidades, y para una mayor precisión, se analizó cada transmisor de presión independientemente.

El procedimiento de conversión de corriente a altura fue el siguiente:

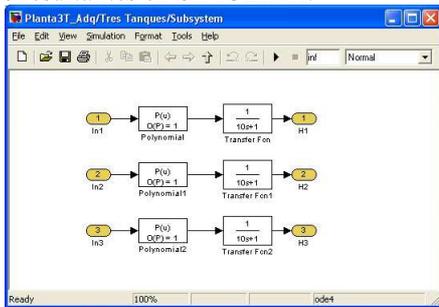
- Se toma la lectura de la corriente enviada por cada transmisor de presión en incrementos de 5[mm] de la altura de la columna de agua en cada tanque
- El rango de análisis de la altura de las columnas de agua fue de 3.5 a 50[cm]
- Con los valores adquiridos, se realizó un diagrama de dispersión para poder generar una función lineal que relacione corriente y altura, por medio de una regresión lineal.

Los resultados fueron los siguientes:

**Tabla 1.** Resultados de las Regresiones Lineales

Sensores	Funciones Lineales
Tanque 1	$H_1 = (16001.6I_1 - 64.9792)[cm]$
Tanque 2	$H_2 = (16030.4I_2 - 63.0932)[cm]$
Tanque 3	$H_3 = (15951.4I_3 - 63.3431)[cm]$

El bloque “Subsystem”, dentro del bloque “Tras Tanques”, contiene las operaciones para las funciones lineales resultantes en SIMULINK:

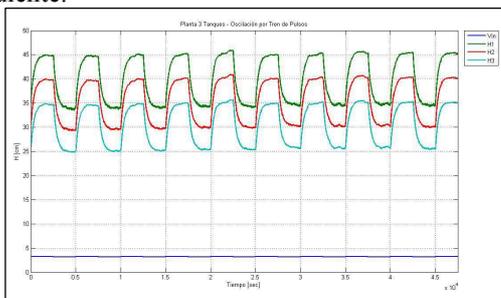


**Figura 12.** Bloque Subsystem

Los parámetros de SIMULINK para la Adquisición de Datos fueron los siguientes:

- Punto de Operación: 3.175[V]<sub>DC</sub>
- Oscilación alrededor del Punto de Operación: ±25[mV]<sub>DC</sub>
- Tipo de Oscilación: Onda Cuadrada
- Frecuencia de Oscilación: 0.2[mHz] (Periodo de 5000[sec] con ciclo de trabajo del 50%)
- Frecuencia de Toma de Muestras: 1[Hz] (1 dato por segundo)

El resultado de la Adquisición de Datos fue el siguiente:



**Figura 13.** Adquisición de Datos de la Planta

Los resultados obtenidos de la Adquisición de Datos fueron producto de un muestreo de 47500 segundos (ligeramente más de 13 horas continuas de operación de la planta sin perturbaciones externas).

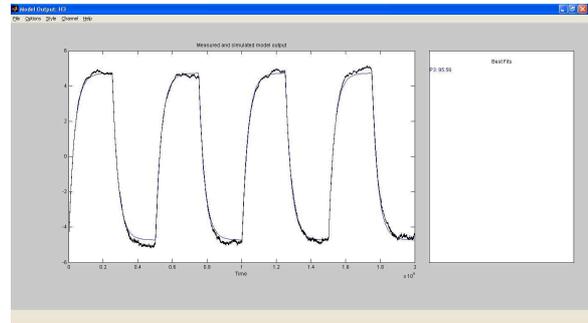
### 3.3. Identificación de la Planta

La Identificación de la Planta se la realiza a partir de los datos adquiridos. El método utilizado fue el de Estimación de un Modelo de Procesos (Process Models), ya que es el que mejor se ajusta en términos de:

- Datos disponibles
- Tipo de Sistema
- Respuesta entregada (Función de Transferencia en el Dominio de la Frecuencia)

Este método pertenece a la herramienta IDENT (System Identification Tool) de MATLAB.

Una vez ejecutado el proceso de estimación para la Identificación de la Planta, se obtuvo el siguiente resultado:



**Figura 14.** Resultados de la Estimación Process Models en IDENT/MATLAB

Aunque el resultado muestra un 95.56% de precisión, se procedió a comparar la Función de Transferencia Identificada contra la Función de Transferencia Teórica, cuya expresión se disponía previamente calculada. La comparación fue la siguiente:

**Tabla 2.** Comparación de Funciones de Transferencia

Tipo	Función de Transferencia
Identificada	$G = \frac{0.0045894}{s^3 + 0.1832s^2 + 0.008661s + 0.00002428}$
Teórica	$\frac{h_3(s)}{U(s)} = \frac{0.01061665}{s^3 + 0.28992s^2 + 0.01714s + 0.000064655}$

Dada la gran similitud entre las funciones de transferencia anteriormente mencionadas, se pudo proceder con el desarrollo del Controlador.

## 4. Desarrollo y Simulaciones del Controlador PID

El controlador que se desarrolló es de tipo PID, y su función de transferencia es:

$$G_c(s) = \frac{K(s+z_1)(s+z_2)}{s}$$

En esta expresión, K es una ganancia,  $z_1$  y  $z_2$  son dos ceros presentes en el lado izquierdo del plano s (que pueden ser ubicados arbitrariamente, a conveniencia del usuario), y la s en el denominador representa a un polo en el origen, también llamado Integrador.

Si se desarrolla matemáticamente esta expresión, se obtiene la Función de Transferencia PID, que tiene la forma:

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

### 4.1. Desarrollo del Controlador PID

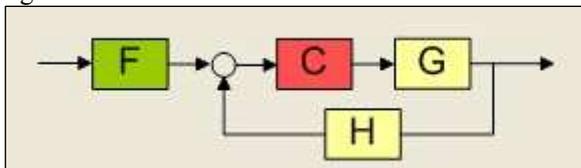
El objetivo fue desarrollar un Controlador PID cuya respuesta ante una señal escalón unitario cumpla con las siguientes especificaciones:

**Tabla 3.** Especificaciones de Diseño del Controlador

Planta 3 Tanques	Sobrenivel Porcentual	Tiempo de Estabilización	Error en Estado Estacionario
Sin Controlador	S.P. = 0%	$T_s \approx 140$ [sec]	No aplica
Con Controlador	S.P. $\leq 10\%$	$T_s \leq 90$ [sec]	$e_{ss} = 0$

La estrategia para el desarrollo del controlador, fue precisamente aprovechar la ventaja que ofrece su función de transferencia, en lo que respecta a la flexibilidad del posicionamiento de los dos ceros. Para esto, se utilizó la herramienta SISOTOOL de MATLAB.

La arquitectura de control utilizada fue la siguiente:



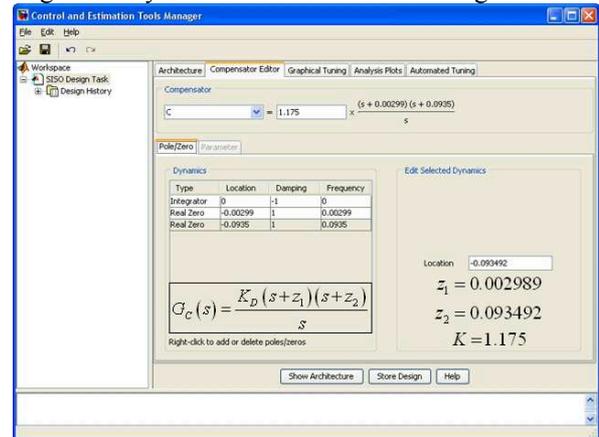
**Figura 15.** Arquitectura de Control Clásico

Para este caso:

- F es un Pre-Filtro (en caso de ser necesario)
- C es el Controlador (PID)
- G es la Planta (3 Tanques)
- H es la Realimentación Negativa (Unitaria).

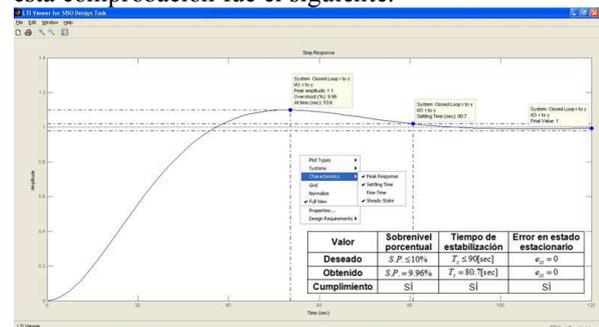
Después de realizar todas las operaciones necesarias en SISOTOOL (inclusión del Integrador, inclusión y reposicionamiento de los dos ceros, y

ajuste de la ganancia), los valores finales obtenidos de la ganancia y de los dos ceros fueron los siguientes:



**Figura 16.** Valores finales obtenidos en SISOTOOL

Para comprobar que los valores obtenidos hacen que el Controlador PID desarrollado cumpla con las especificaciones de diseño establecidas, y saber si es necesario el desarrollo del Pre-Filtro, se hizo una simulación de respuesta a una señal escalón unitario utilizando la herramienta LTI Viewer. El resultado de esta comprobación fue el siguiente:



**Figura 17.** Simulación de Respuesta al Escalón Unitario del Controladores PID Desarrollado

Con esta verificación, se concluye que no se necesita desarrollar el Pre-Filtro, y que la función de transferencia del Controlador PID desarrollado es la siguiente:

$$G_c = 1.175 \frac{(s + 0.002989)(s + 0.093492)}{s}$$

De aquí se desprende que, desarrollando matemáticamente la expresión, los parámetros de este Controlador PID son:

**Tabla 4.** Parámetros del Controlador PID

Parámetro	Valor
$K_p$	0.1133652
$K_I$	0.000328351
$K_D$	1.175

Finalmente, la Función de Transferencia PID es:

$$G_c(s) = 0.1133652 + \frac{0.000328351}{s} + 1.175s$$



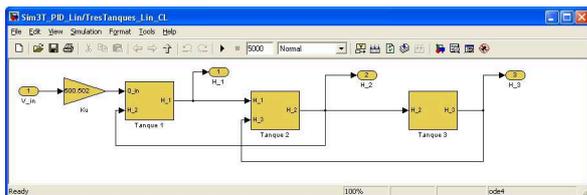


Figura 24. Bloque TresTanques\_Lin\_CL

Este bloque es la representación en SIMULINK de la linealización de las expresiones matemáticas resultantes del modelo físico de la planta, mostrado en la Figura 1. El resultado de la simulación de este modelo fue el siguiente:

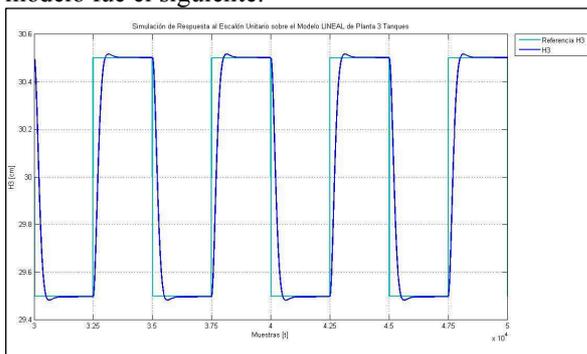


Figura 25. Simulación del Modelo Matemático Linealizado de la Planta

A continuación se muestra un resumen de los resultados de las simulaciones realizadas, con un breve análisis estadístico para comparar estos resultados y determinar su confiabilidad:

Tabla 6. Resumen y Análisis Estadístico de las Simulaciones realizadas

Parámetro	Simulaciones			Análisis Estadístico	
	Función de Transferencia	Modelo No Lineal	Modelo Linealizado	Promedio	Desviación Estándar
Valor pico [cm]	30.517222	30.515076	30.517177	30.516492	0.0010012
S.P.	1.7222%	1.5076%	1.7177%	1.6492%	0.10012%
Ts [sec]	45.9	45.78	45.91	45.863333	0.0590668
Ess [cm]	0.002324	0.001586	0.002317	0.002076	0.0003463
Error	0.2324%	0.1586%	0.2317%	0.2076%	0.03463%

Dado que la desviación estándar (una medida descriptiva del grado de dispersión de datos, que muestra cuánta variabilidad existe entre los valores de un conjunto de datos con respecto a su valor promedio) es extremadamente pequeña, se concluye que es totalmente seguro implementar el controlador PID desarrollado sobre la planta.

## 5. Implementación y Ajustes del Controlador sobre la Planta

Para la implementación del controlador sobre la planta, se desarrolló el siguiente modelo en SIMULINK:

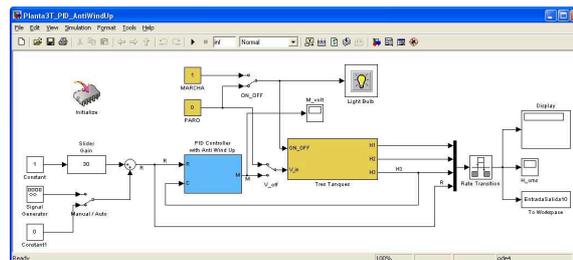


Figura 26. Modelo para la Implementación del Controlador sobre la Planta

Para un mejor desempeño de la sección de integración del Controlador PID, se agregó una etapa “Anti Wind-Up”, minimizando una posible saturación del término integrador ( $K_I$ ). El bloque del Controlador PID con Anti Wind-Up contiene lo siguiente:

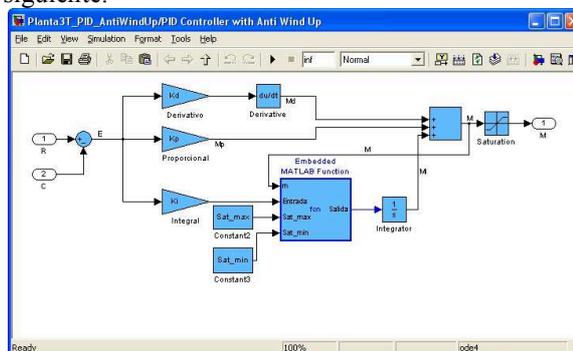


Figura 27. Bloque del Controlador PID con Anti Wind-Up

Para determinar la región controlable (sobre la que actúa la etapa de Anti Wind-Up), se hizo un estudio del voltaje DC aplicado al variador de frecuencia que gobierna la bomba. Para esto, se capturaron 4233 datos, en un rango de 410[mV] (2.975 a 3.385[V<sub>DC</sub>]), con una frecuencia de muestreo de 1 dato por segundo. El método utilizado para este análisis fue el Histograma de Frecuencias, siendo el histograma obtenido el siguiente:

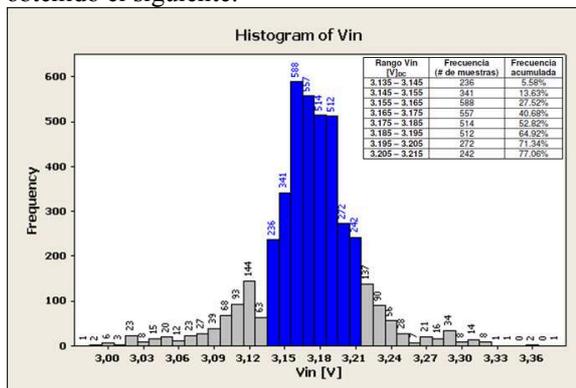


Figura 28. Histograma del Voltaje DC

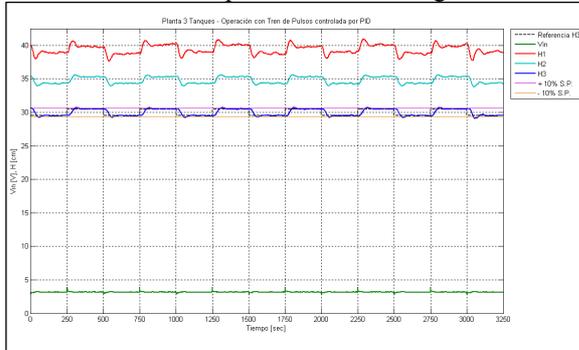
Las barras de color azul muestran la zona de interés del histograma, reuniendo casi el 80% de los datos en tan sólo el 20% del mismo. Aquí se puede ver que esta región abarca 40[mV] simétricamente

alrededor del punto de operación. Con esto, se determina que la región controlable es de:

- $3.175 \pm 0.40 [V_{DC}]$

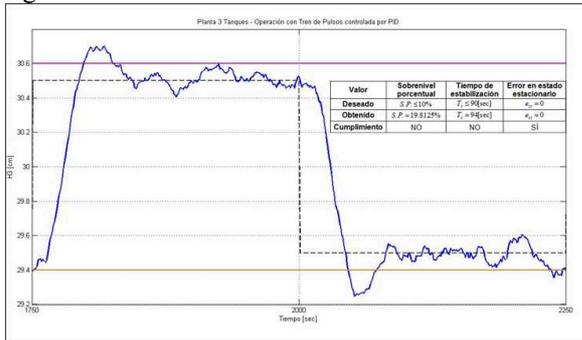
### 5.1. Implementación del Controlador sobre la Planta

Los resultados de la implementación del controlador sobre la planta fueron los siguientes:



**Figura 29.** Resultados de la Implementación del Controlador sobre la Planta

La zona de interés (un ciclo completo de la variación del voltaje DC aplicado a la bomba), es la siguiente:



**Figura 30.** Vista ampliada de los resultados de la Implementación del Controlador sobre la Planta

Aquí se puede ver que el sobre nivel porcentual y el tiempo de estabilización no cumplen con los requerimientos establecidos, por lo que se procedió a realizar ajustes en el controlador PID desarrollado.

### 5.2. Ajustes del Controlador sobre la Planta

El objetivo es obtener la señal de respuesta deseada según las especificaciones de diseño del controlador. Para esto, se utilizó el método manual de Prueba y Error, que consiste en variar gradualmente los parámetros  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  del controlador hasta conseguir el objetivo trazado. La guía para las variaciones es la siguiente:

**Tabla 7.** Efecto del Incremento Independiente de los Parámetros de un Controlador PID

Parámetro	Respuesta de Lazo Cerrado				Estabilidad
	Tiempo de subida	Sobrenivel porcentual	Tiempo de estabilización	Error en estado estacionario	
$K_p$	Disminuye	Aumenta	Aumenta ligeramente	Disminuye	Degrada
$K_i$	Disminuye ligeramente	Aumenta	Aumenta	Disminuye considerablemente	Degrada
$K_d$	Disminuye ligeramente	Disminuye	Disminuye	Cambio no significativo	Mejora

De acuerdo a esta guía:

- $K_p$  no necesitaría ser ajustado
- $K_i$  no necesitaría ser ajustado
- $K_d$  necesitaría un ajuste significativo

Después de realizar algunas variaciones en los parámetros siguiendo la guía que ofrece la Tabla 7, los resultados fueron los siguientes:

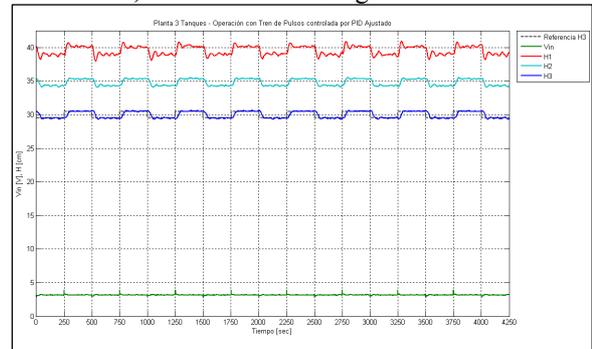
- $K_p = 0.12$
- $K_i = 0.000341$
- $K_d = 1.935$

A continuación se muestra una comparación de los parámetros del Controlador PID:

**Tabla 8.** Comparación del Ajuste de los Parámetros del Controlador PID Desarrollado

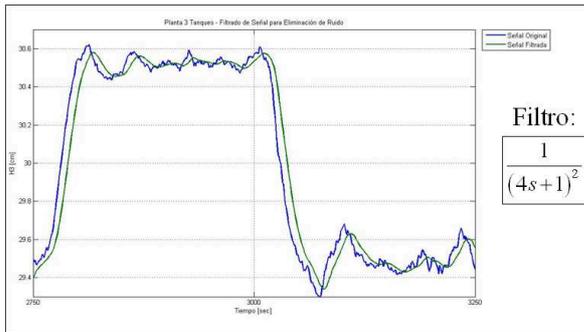
Controlador/Cálculo	$K_p$	$K_i$	$K_d$
<b>PID Original</b>	0.1133652	0.000328351	1.175
<b>PID Ajustado</b>	0.12	0.000341	1.935
<b>Cambio</b>	5.85%	3.85%	64.68%

Estos resultados confirmaron la estimación que se hizo sobre el cambio de los valores que debía o no tener cada parámetro. Volviendo a correr la planta con los ajustes realizados en los parámetros del controlador, se obtuvieron los siguientes resultados:



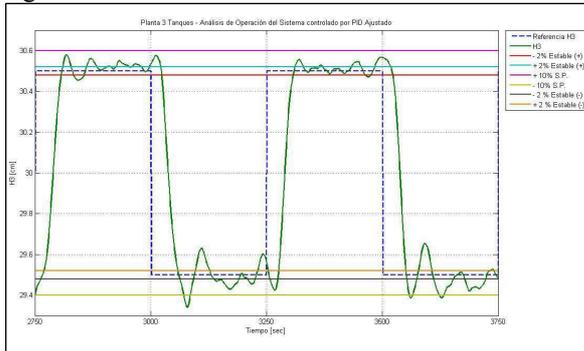
**Figura 31.** Resultados de la Implementación del Controlador Ajustado sobre la Planta

Con el fin de eliminar el ruido en la señal, se la sometió a un proceso de filtrado. El resultado obtenido fue el siguiente:



**Figura 32.** Filtrado de la Señal

La zona de interés (un ciclo completo de la variación del voltaje DC aplicado a la bomba), es la siguiente:



**Figura 33.** Vista ampliada de los resultados de la Implementación del Controlador Ajustado sobre la Planta

Recordando las especificaciones de diseño del controlador, se elaboró la siguiente tabla con los resultados finales de los ajustes del controlador sobre la planta:

**Tabla 9.** Resultados finales de la Implementación del Controlador Ajustado sobre la Planta

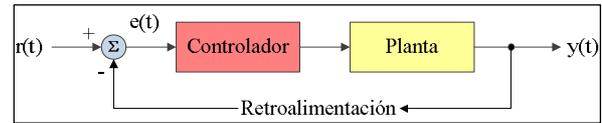
Valor	Sobrenivel porcentual	Tiempo de estabilización	Error en estado estacionario
Deseado	$S.P. \leq 10\%$	$T_s \leq 90[\text{sec}]$	$e_{ss} = 0$
Obtenido	$S.P. = 7.97\%$	$T_s = 80[\text{sec}]$	$e_{ss} \approx 0$
Cumplimiento	Sí	Sí	Sí

Después de comprobar que el nivel de cumplimiento de las especificaciones de diseño del controlador es del 100%, se concluye que el ajuste del controlador PID desarrollado e implementado sobre la planta ha sido exitoso.

## 6. Índices de Rendimiento del Controlador

El Índice de Rendimiento de un Controlador es una medida cuantitativa del comportamiento de un sistema, que se elige de forma que resalte sus especificaciones más importantes. Por ejemplo, un Sistema de Control Óptimo tiene un índice con valor extremo mínimo. Por lo tanto, el mejor sistema será el que minimice este índice.

Hay que recordar que, partiendo del esquema general de un sistema con retroalimentación negativa, se obtiene que la señal del Error Actuante es la diferencia entre la señal de referencia y la señal de salida.



**Figura 34.** Esquema General de un Sistema con Retroalimentación Negativa

Por lo tanto, en el dominio del tiempo, la función del Error Actuante es:

$$e(t) = r(t) - y(t)$$

Se hace mención del Error Actuante, porque los Índices de Rendimiento se definen básicamente en función del mismo. Los cuatro Índices de Rendimiento más utilizados son los siguientes:

- ISE – Integral del Cuadrado del Error

$$ISE = \int_0^T e^2(t) dt$$

- IAE – Integral del Valor Absoluto del Error

$$IAE = \int_0^T |e(t)| dt$$

- ITSE – Integral del Tiempo por el Cuadrado del Error

$$ITSE = \int_0^T te^2(t) dt$$

- ITAE – Integral del Tiempo por el Valor Absoluto del Error

$$ITAE = \int_0^T t|e(t)| dt$$

Como se puede apreciar, los Índices de Rendimiento son el resultado de la integración de diferentes formas de la función del Error Actuante en el tiempo.

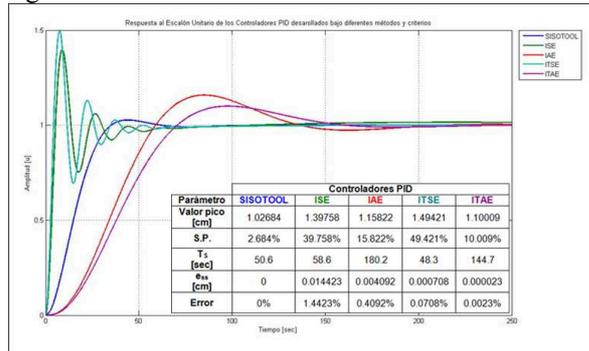
Pero una integral expresa el valor del área bajo o sobre una curva alrededor del eje de integración. Esto significa que, si no se tiene por lo menos un índice de comportamiento adicional del mismo Controlador, o un índice de comportamiento de otro Controlador, contra los cuales el índice de comportamiento original pueda ser comparado, este valor y la cantidad que representa, carecen totalmente de sentido.

Por este motivo, se utilizó la función “optimPID”, desarrollada para su uso en MATLAB por el Dr. Yi Cao de la Universidad de Cranfield, en Cranfield, Inglaterra.

Esta función calcula cuatro controladores PID “óptimos” para una función de transferencia dada, los cuales sirvieron para establecer la comparación con el índice de rendimiento del controlador PID ajustado que se desarrolló con SISOTOOL.

Los resultados de la aplicación de la función optimPID sobre la Función de Transferencia

Identificada, incluyendo el controlador PID ajustado que se desarrolló con SISOTOOL, fueron los siguientes:



**Figura 35.** Simulación de Respuesta al Escalón Unitario de los Controladores PID

La consideración para la selección del índice de rendimiento a calcular fue la siguiente: dado que su expresión es la integral de una función, el escenario ideal sería tener un área totalmente positiva para evitar alteraciones en su valor por la presencia de alguna sección con área negativa.

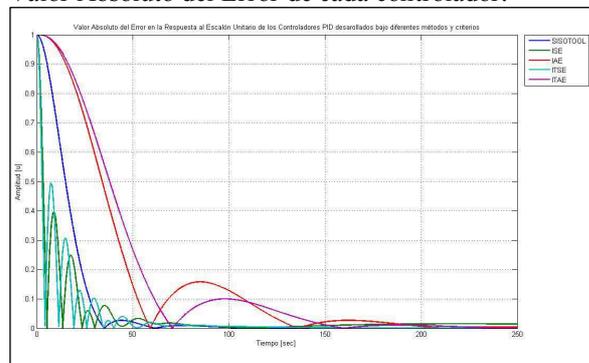
Esto llevó a analizar el tratamiento que debía darse a la función del Error Actuante. Para asegurar que una función sea siempre positiva, y que su integral siempre dé como resultado un área positiva, se puede:

- Elevar al cuadrado la función
- Sacar el valor absoluto de la función

Elevando al cuadrado una función, la magnitud de la misma puede verse afectada ya que secciones con valores mayores a 1, se harán más grandes, y secciones con valores entre 0 y 1, se harán más pequeñas.

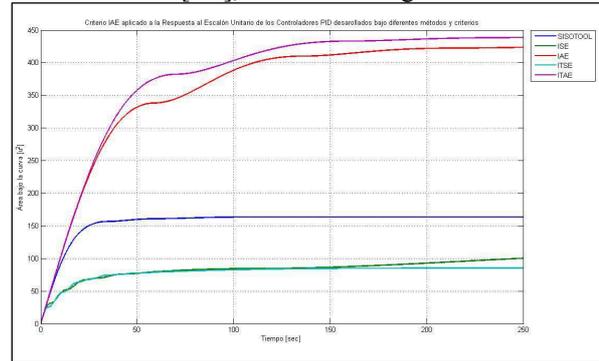
Sacando el valor absoluto de una función, las secciones con valores negativos simplemente se vuelven positivas, conservando su magnitud.

Por lo tanto, si se ven las expresiones de los diferentes índices de rendimiento mostradas anteriormente, se concluye que la Integral del Valor Absoluto del Error (IAE) es el índice de rendimiento a utilizar. A continuación se muestra la gráfica del Valor Absoluto del Error de cada controlador:



**Figura 36.** Gráfica del Valor Absoluto del Error Actuante de los Controladores PID

Integrando en MATLAB las expresiones del Valor Absoluto del Error de cada controlador, y graficando el proceso de integración para ver el valor extremo en el límite  $T=250$ [sec], se obtuvo lo siguiente:



**Figura 37.** Gráfica del Criterio IAE de los Controladores PID

Haciendo una escala lineal de los valores extremos obtenidos, donde el valor extremo menor represente un rendimiento del 100% y el valor extremo mayor represente un rendimiento del 0%, se elaboró la siguiente tabla:

**Tabla 10.** Criterio IAE y Porcentaje de Rendimiento de los Controladores PID

Método/Criterio	Criterio IAE	Rendimiento
SISOTOOL	163.7154	77.97%
ISE	100.2925	95.754%
IAE	423.5666	4.227%
ITSE	85.295	100%
ITAE	438.4956	0%

Aquí se puede ver que los mejores controladores serían, en teoría, aquellos calculados según los criterios ISE e ITSE, pero son los que precisamente tienen el sobrenivel porcentual más alto, cercano al 50%, que sería muy peligroso para el funcionamiento de la planta.

El controlador PID ajustado que se desarrolló con SISOTOOL, muestra un rendimiento muy cercano al 80% (77.97%), y si bien no es el mejor de todos, sin embargo es un valor muy bueno tomando en cuenta que los controladores PID adicionales se consideran “óptimos”.

Para confirmar que el controlador PID ajustado que se desarrolló con SISOTOOL es realmente el mejor, se construyó la siguiente tabla para efectos de comparación:

**Tabla 11.** Resultados Finales de los Parámetros Característicos de la Curva de Respuesta y Criterio IAE de los Controladores PID

Parámetro	Controladores PID				
	SISOTOOL	ISE	IAE	ITSE	ITAE
Valor pico [cm]	1.02684	1.39758	1.15822	1.49421	1.10009
S.P.	2.684%	39.758%	15.822%	49.421%	10.009%
T <sub>s</sub> [sec]	50.6	58.6	180.2	48.3	144.7
e <sub>ss</sub> [cm]	0	0.014423	0.004092	0.000708	0.000023
Error	0%	1.4423%	0.4092%	0.0708%	0.0023%
Cumplimiento	SÍ	NO	NO	NO	NO
Criterio IAE (Rendimiento)	163.7154 (77.97%)	100.2925 (95.754%)	423.5666 (4.227%)	85.295 (100%)	438.4956 (0%)

Con base en las consideraciones que se han tenido presentes, en los análisis realizados, y en los resultados obtenidos a lo largo de este trabajo, se concluyó que el Controlador PID ajustado que se desarrolló con la herramienta SISOTOOL de MATLAB, es el mejor.

## 7. Conclusiones

- El diseño de los tanques y reservorio, cumplió con las expectativas de dimensionamiento, permitiendo una operación uniforme, estable y confiable de la bomba.
- El diseño de la parte eléctrica de la planta, cumplió con las expectativas de dimensionamiento y selección de equipos, ofreciendo una protección sólida para la operación de la planta, sin que se haya presentado algún problema de naturaleza eléctrica en los equipos o sus dispositivos constitutivos propiamente dichos, a más de un año de su instalación, desde la etapa de pruebas hasta su uso frecuente en las Prácticas de Laboratorio de la asignatura “CONTROL AUTOMÁTICO” de la FIEC.
- La construcción de los tanques y reservorio, y la bomba instalada, todos de acero inoxidable, cumplieron con las expectativas del material, evitando la corrosión y la proliferación de algas, al contener agua de manera continua para la operación de la planta, sin que se haya contaminado a más de un año de su instalación.
- La tapa del reservorio y los protectores de los visores de nivel de agua de los tanques, hechos de acrílico, superaron las expectativas del material, en cuanto a su transparencia, resistencia al impacto y al rayado, conservando su aspecto estético y cumpliendo perfectamente con su función protectora para la que fueron diseñados.
- La estructura de soporte cumplió con las expectativas de construcción, y su pintado y lacado acrílicos, han cumplido con las

expectativas del material, manteniéndose sin daños y conservando su aspecto estético sin aparente deterioro, respectivamente.

- Gracias al diseño y al ajuste de las configuraciones del modelo de SIMULINK para la adquisición de datos de la planta, ésta se identificó usando la herramienta IDENT de MATLAB, obteniendo un 95,56% de precisión.
- Gracias a la técnica empleada para el diseño del controlador PID usando la herramienta SISOTOOL de MATLAB, se obtuvo un controlador que necesitó sólo un pequeño ajuste para cumplir con las especificaciones de diseño definidas para la operación de la planta.
- El análisis de los resultados de las simulaciones de prueba del controlador PID desarrollado, demostró que los modelos de SIMULINK creados para tal efecto son correctos, que la función de transferencia teórica linealizada del tercer tanque está bien calculada, y que los modelos matemáticos representados están correctamente desarrollados.
- El filtrado de la señal para la minimización del ruido, facilitó el análisis final del comportamiento de la planta durante su operación bajo el gobierno del controlador PID ajustado.
- El resultado de la implementación del controlador PID ajustado sobre la planta fue exitoso, cumpliendo, según las expectativas, con todas las especificaciones de diseño definidas para el comportamiento de la planta durante su operación.
- Los índices de comportamiento son una herramienta importante para comparar el rendimiento de diferentes controladores aplicados sobre una misma planta, estudiando su respuesta y acción de control; así como también para el desarrollo de nuevos controladores, al tratarse de un método de ajuste como el enfoque utilizado en la Función optimPID para MATLAB.
- El análisis de los resultados de los índices de comportamiento de los controladores PID, demostró que el controlador desarrollado usando la herramienta SISOTOOL de MATLAB es mejor que los controladores calculados usando la Función optimPID para MATLAB.
- El análisis de los resultados de los índices de comportamiento de los controladores PID, permite concluir que la herramienta SISOTOOL de MATLAB es muy poderosa y extremadamente útil para el desarrollo de

controladores; y que el Método Manual de Prueba y Error utilizado para ajustar el controlador, fue suficiente y efectivo para conseguir los resultados deseados que finalmente fueron obtenidos.

- Las mejores demostraciones de las aplicaciones didácticas que ya se tienen de esta planta, son: su inclusión dentro del Programa de Prácticas de Laboratorio de la asignatura “CONTROL AUTOMÁTICO” de la FIEC, y su uso para la realización de experimentos en asignaturas de la Maestría en Automatización y Control Industrial (MACI) de la FIEC, como “SISTEMAS DISCRETOS DE CONTROL”.

## 8. Referencias

[1] ABEL, D.; BOLLIG, A., Rapid Control Prototyping: Methoden und Anwendungen, Erste Auflage, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, 2006

[2] DORF, RICHARD C.; BISHOP, ROBERT H., Sistemas de control moderno, Décima edición, Pearson Educación, S.A., Madrid, 2005

[3] NAGRATH, I. J.; GOPAL, M., Control systems engineering, Fourth edition, New Age International (P) Ltd. Publishers, New Delhi, 2006

[4] HÖFER, THOMAS, “Vergleich höherer Regelungsverfahren am Beispiel einer Mehrgrößenregelung” (Diplomarbeit, Institut für Mensch-Maschine-Interaktion, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, 2009)

[5] KUONQUÍ, FRANKLIN, “Análisis Comparativo del Funcionamiento de Dos Sistemas de Control Automático de Nivel de Agua en una Planta de Tres Vasos Comunicantes, diseñados aplicando los Métodos de Control de Reubicación de Polos del Modelo Interno y de Lógica Difusa, diseñados e implementados usando MATLAB/SIMULINK” (Informe de Proyecto de Graduación, Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación, Escuela Superior Politécnica del Litoral, 2012)

[6] LÓPEZ, ROBERTO, “Diseño y Construcción de una Planta de Tres Vasos Comunicantes e Implementación de un Sistema de Control Automático de Nivel de Agua de Tipo PID (Proporcional-Integral-Derivativo) desarrollado por el Método Clásico en MATLAB” (Informe de Proyecto de Graduación, Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación, Escuela Superior Politécnica del Litoral, 2013)

[7] RAZA, VERÓNICA, “Adaptación de la Tecnología de Control Abierto de Procesos (OPC) al Laboratorio de Control Automático de la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Computación (FIEC) para la Administración Remota de sus Plantas de Trabajo” (Informe de Proyecto de Graduación, Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación, Escuela Superior Politécnica del Litoral, 2012)